Library

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Reichsmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland Reichsmark 9.—, im Ausland $ 2.60. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Reichsmark —.35, Beilagen mit Reichsmark 60.— berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den Verlag.

No. 17. Ausgegeben am 1. September 1927. No. 741. Printed in Germany. 28. Jahrgang.

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

R. Skancke und E. Schreiner, Über die Dielektrizitätskonstante verdünnter wäßriger Elektrolytlösungen. S. 597—604.

R. Seeliger und H. Schmick, Studien über den Mechanismus des Lichtbogens. S. 605—610.

S. C. Kar, Die Elektrodynamik im Gefüge der Einsteinschen Gravitationstheorie. S. 610—618.

H. Lorenz, Wärmeübergang und Turbulenz. S. 618.

Besprechungen:

R. Seeliger, Einführung in die Physik der Gasentladungen. S. 619.

P. ten Bruggencate, Sternhaufen. S. 619.

J. N. Dörr und A. Schlein, Hygrometertafeln. S. 619.

Données Numériquels de Radioactivité, Atomistique, Electronique et Ionisation. S. 619.

I. Koppel, Der Bau der Atome und das periodische System. S. 620.

Tagesereignisse. S. 620.

Gesuche. S. 620.

Personalien. S. 620.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Röntgen-Einrichtungen

und Zubehör für

Materialuntersuchungen

KOCH & STERZEL

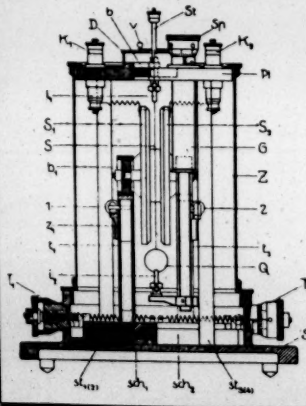
AKTIENGESELLSCHAFT * DRESDEN

Man verlange unsere Druckschriften oder Vertreterbesuch
Vertretungen an allen größeren Plätzen des In- und Auslandes

B 101

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923.
Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 17. 1. September 1927. Redaktionsschluß für No. 19 am 10. September 1927. 28. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. Skancke u. E. Schreiner, Über die Dielektrizitätskonstante verdünnter wäßriger Elektrolytlösungen. S. 597.

R. Seeliger u. H. Schmick, Studien über den Mechanismus des Lichtbogens. S. 605.

C. Kar, Die Elektrodynamik im Gefüge der Einsteinschen Gravitationstheorie. S. 610.

H. Lorenz, Wärmeübergang und Turbulenz. S. 618.

Besprechungen:

R. Seeliger, Einführung in die Physik der Gasentladungen. S. 619.

P. ten Bruggencate, Sternhaufen. Ihr Bau, ihre Stellung zum Sternsystem und ihre Bedeutung für die Kosmogonie. S. 619.

J. N. Dörr u. A. Schlein, Hygrometertafeln. S. 610.

Données Numérique de Radioactivité, Atomistique, Elektronique et Ionisation. S. 619.

I. Koppel, Der Bau der Atome und das periodische System. S. 620.

Tagesereignisse. S. 620.

Gesuche. S. 620.

Personalien. S. 620.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Dielektrizitätskonstante verdünnter wäßriger Elektrolytlösungen.

Von R. Skancke und E. Schreiner.

Zur Messung der Dielektrizitätskonstante (D) verhältnismäßig konzentrierter Elektrolytlösungen eignet sich gut die Wheatstonesche Brücke bei Hochfrequenz. Schon so früh wie 1894 hat W. Nernst[1]) mit dieser Methode versucht, die D. K. von Elektrolytlösungen zu bestimmen. Er machte hier auf verschiedene Fehlerquellen aufmerksam, welche die Messungen erheblich fälschen könnnn: so z. B. die Zuleitungen zu den Widerständen, welche parallel zu den Brückenkondensatoren geschaltet werden. In der letzten Zeit sind viele Versuche gemacht worden, um die Hochfrequenzmeßbrücke mit den neueren Hilfsmitteln für denselben Zweck brauchbar zu machen. Aber nach unserer Auffassung sind die gefährlichsten Fehlerquellen übersehen worden.

Damit die Messung reproduzierbare und zuverlässige Resultate ergeben soll, muß folgendes beachtet werden.

1. Jede unbeabsichtigte Einwirkung der Energiequelle auf die Meßbrücke, wie z. B. induktive oder kapazitive Beeinflussung oder Einwirkung durch „Strahlung", muß vermieden werden.

2. Der Indikator muß völlig zur Ruhe gebracht werden (bzw. das Telephon muß völlig schweigen), sonst kann die Brückeneinstellung von der theoretisch berechneten Gleichgewichtsbedingung erheblich abweichen.

3. Durch Anwendung der Wagnerschen Erdungsanordnung[1]) muß der Indikator auf das Erdpotential gebracht werden.

4. Bei der Parallelschaltung von zwei Widerständen in den Brückenzweigen muß man beachten, daß diese stets eine Stromschleife bilden, deren Selbstinduktionskoeffizient und gegenseitige Induktionskoeffizient in bezug auf die Brücke (einschließlich Zuleitungen von der Energiequelle) in die Gleichgewichtsbedingung eingehen.

Es wird in dem Folgenden gezeigt, daß die Korrektionen, die aus diesem Grund an die gemessenen Größen anzubringen sind, recht erhebliche Werte annehmen können. In einzelnen Fällen sind diese Korrektionen sogar von der Frequenz unabhängig.

5. Die Meßbrücke selbst bildet eine Stromschleife, deren Selbstinduktivität und gegenseitige Induktivität in bezug auf die Stromzuführungsleitungen berücksichtigt werden müssen.

Soweit uns bekannt ist, ist diesen Punkten bei den früheren Messungen nicht genügend Rechnung getragen worden. Wir haben es deshalb nicht für überflüssig gehalten; eine Beschreibung der Meßanordnung mit allen verwendeten Vorsichtsmaßregeln vorauszuschicken.

Die Meßanordnung.

In der Fig. 1 ist die vollständige Meßanordnung schematisch dargestellt. Außerhalb der Meßbrücke selbst sind alle leitenden Teile abgeschirmt und die Abschirmungshülle wurde geerdet.

Die linearen Abmessungen der Meßbrücke selbst wurden so klein wie möglich gewählt und sind in der Fig. 1 angegeben.

1) W. Nernst, Wied. Ann. **60**, 600, 1897; Zeitschr. f. phys. Chemie **14**, 622, 1894.

1) K. W. Wagner, E. T. Z. 32, 1001, 1911.

Der Indikator bestand aus einem gewöhnlichen Schwebungsempfänger mit Verstärker. Das Telephon wurde in dem Abschirmungskasten untergebracht. Das Schweigen des Telephons konnte mit Hilfe eines Gummischlauchs als vermittelndes Zwischenglied wahrgenommen werden.

Mit dieser Anordnung gaben Wechselspannungen von der Größenordnung 10^{-5} Volt deutlich hörbare Töne.

Zwischen den Diagonalpunkten in der Meßbrücke, an welchen die Energiezufuhr stattfand, herrschte eine Wechselspannung von im Durchschnitt 2 Volt. Eine höhere Spannung war nicht ratsam, weil sonst eine schwache Erwärmung des Elektrolyten eintrat, besonders bei den stärkeren Konzentrationen.

Der Thermostat war mit Paraffinöl gefüllt, und regulierte auf $18^0\,C \pm 0{,}02$.

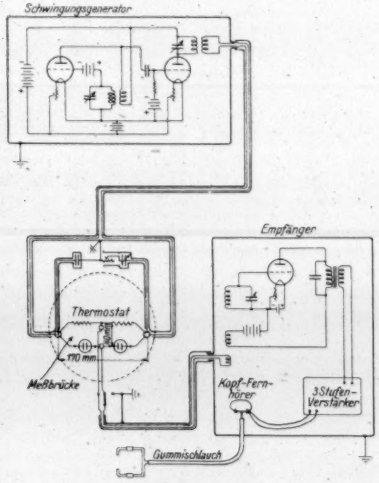


Fig. 1.

Die Erwärmung des Elektrolyten infolge des Meßstromes betrug nach den ausgeführten Leitfähigkeitsmessungen im Maximum etwa $0{,}05^0$ C.

Wir haben unsere Messungen mit drei verschiedenen Brückenmethoden durchgeführt.

Die erste Methode verlangt eine genaue Bestimmung des Elektrolytwiderstandes und der Frequenz, und die eben erwähnte Erwärmung wirkte hier anfangs etwas störend. Die Frequenz wurde konstant gehalten durch Beobachtung der Schwebungen zwischen „Sender" und einem schwingenden Quarzkristalle der von der „National Physical Laboratory" London geeicht war.

Die Messungen wurden mit der Frequenz

$$868\,200 \pm 100 \text{ Schw. pro sec.}$$

durchgeführt ($\lambda = 345{,}3$ m).

Die Wagnersche Erdungsanordnung bestand

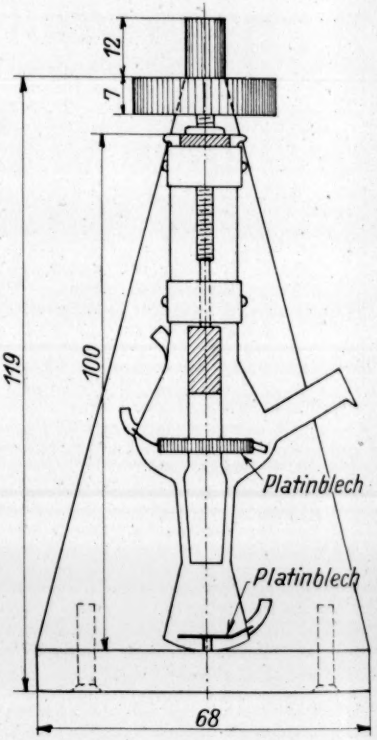


Fig. 2.

aus zwei abgeschirmten Kondensatoren, und in Reihe mit dem einen der Kondensatoren wurde ein abgeschirmter, bifilargewickelter Schiebewiderstand und ein kurzer Schleifdraht für die Feineinstellung eingeschaltet. Mit dieser Anordnung konnte die Brücke gegen „Erde" vollständig „symmetriert" werden.

Die Vergleichswiderstände in der Brücke bestanden aus Manganindrähten von 0,03 mm Durchmesser auf Glimmer gewickelt.

Mit Gleichstrom gemessen waren die beiden Widerstände gleich ($R = 176{,}85$ Ohm). Nach

einigen Wochen änderten sie sich nur etwas mit der Temperatur. Ihre Differenz lag aber immer innerhalb der Grenzen $+0{,}2$ Promille. Bei Hochfrequenz wurden sie mittels geeichter Präzisionskondensatoren mit einander verglichen. Sie waren auch dann gleich und differierten höchstens 0,5 Promille. Bei den Messungen wurden

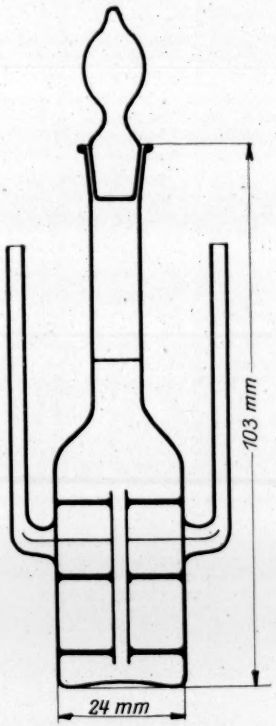


Fig. 3.

diese Vergleichswiderstände stets vertauscht, um die kleinen Ungleichheiten zu eliminieren.

Um die Elektrolytgefäße und die Widerstände leicht auswechseln zu können, bestanden die Eckpunkte der Brücke aus kleinen Quecksilbernäpfchen aus Glas. Die Verbindungsdrähte bestanden aus amalgamierten Kupferbügeln, deren Form sich während der Messungen nicht änderte.

In den zwei ersten Methoden wurde ein veränderlicher Elektrolytwiderstand mit festen Platinelektroden benutzt. Dieser Widerstand ist in Fig. 2 dargestellt. Zwischen den festen Elektroden befindet sich ein konischer Schliff mit einem verschiebbaren Glaskonus, so daß man den Querschnitt des Elektrolyten verändern konnte.

Nun besitzt ein solcher Widerstand immer eine Kapazität, bestehend aus einem konstanten Teil und einem veränderlichen Teil, welcher von dem Elektrolyten herrührt. Die Gesamtkapazität dieses Widerstandes muß so klein wie möglich sein, besonders der veränderliche Teil.

Diese Kapazität wurde sowohl mit einer Hochfrequenzmeßbrücke wie mit der bekannten Resonanzmethode bestimmt.

Es zeigte sich, daß man mit der Brücke die genauesten Messungen bekam. Das Gefäß war dann mit destilliertem Wasser gefüllt. Der konstante Teil der Kapazität war ungefähr 1,1 cm, während der veränderliche Teil von 0 bis 0,6 cm sich änderte. Die Schraube, mit welcher man den Glaskonus verschob, machte 22 Umdrehungen, um den Konus von der tiefsten bis zur höchsten Stellung zu verschieben. Der Querschnitt des Elektrolyten änderte sich hierbei von 0 bis zu seinem Maximum. Die Kapazität änderte sich im Durchschnitt mit 0,028 cm pro Umdrehung der Schraube. Damit die Kapazitätsänderung vernachlässigbar klein bleiben sollte, wurde stets nur bis zu 2 Umdrehungen der Schraube in der tiefsten Stellung für die Widerstandsänderung benutzt. Als Elektrolyt wurden verschiedene Konzentrationen von $NaCl$ verwendet (bis zu 2-Normallösungen) oder gutleitende H_2SO_4.

Als veränderliche Zusatzkapazität wurde ein kleiner Mikrokondensator mit 3 festen und 2 beweglichen Platten (Durchmesser etwa 2 cm) verwendet. In dem verwendeten Variationsbereich war die Eichkurve praktisch geradlinig. Die Kapazitätsänderung betrug 0,0754 cm pro Teilstrich.

Es wurden zwei Elektrolytgefäße nach Fig. 3 für die Messung der D.K. verwendet.

Ihre Kapazitäten wurden sowohl in der Brücke wie mit der Resonanzmethode gemessen.

Mißt man den Widerstand r des Gefäßes gefüllt mit einer geeichten Normallösung der Leitfähigkeit $\varkappa$ und nachher die Kapazität c des Gefäßes mit z. B. destilliertem Wasser der Dielektrizitätskonstante D, so muß, wenn das elektrische Feld zwischen den Elektroden nur in der Flüssigkeit verläuft, folgende Bedingung erfüllt sein

$$r \cdot c = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \frac{D\varkappa}{4\pi} = 8{,}842 \cdot 10^{-14} \cdot D\varkappa,$$

wobei r in Ohm und c in Farad einzusetzen sind.

Mit dieser Formel wurde c zur Kontrolle berechnet, indem $D = 80{,}85$ bei 18° C, gesetzt wurde. Wir fanden $c_1 = 128{,}06$ cm während die Hochfrequenzmessung 128,80 cm gab. Hieraus kann man schließen, daß etwa 0,74 cm vom Glasgefäß selbst herrührt. Für das zweite Gefäß war $c_2 = 139{,}0$ cm bzw. 140,0 cm.

Theorie der Brückenmethoden.

Methode I.

Die Brückenanordnung ist in Fig. 4 schematisch dargestellt. Der veränderliche Elektrolytwiderstand ($r_2 c_2$) wurde in Reihe mit einem

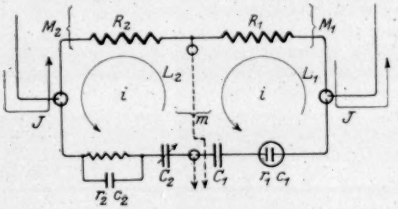


Fig. 4.

Präzisions-Drehkondensator C_2 (P. T. R.-Modell) geschaltet und diese beiden bildeten den linken Brückenzweig. Gefäß I wurde mit dem zu untersuchenden Elektrolyt gefüllt und in Reihe einem festen Präzisionskondensator C_1 geschaltet und diese bildeten den rechten Brückenzweig.

Wenn die Brücke ausgeglichen ist, können wir die mittlere Diagonale als kurzgeschlossen betrachten. In den so entstehenden zwei Maschen der Brücke nehmen wir zwei gleiche Umlaufströme (i) an. Der in den Zuleitungen fließende Strom (J) sei auch als Umlaufstrom betrachtet. Er ist in Fig. 4 so angenommen, daß er durch die beiden Vergleichswiderstände R_1 und R_2 fließt. Wir haben dann im ganzen 3 Strommaschen die aufeinander induzierend einwirken. Wir können dies berücksichtigen durch Einführung der gegenseitigen Induktionskoeffizienten:

M_1 zwischen der linken Brückenmasche und der äußeren Strombahn,

M_2 zwischen der rechten Brückenmasche und der äußeren Strombahn,

m zwischen den beiden Brückenmaschen.

Es sei außerdem L_1 und L_2 die bez. Selbstinduktionskoeffizienten der beiden Brückenmaschen. In der bekannten komplexen Schreibweise können wir jetzt folgende zwei Bedingungsgleichungen aufstellen:

$$(i-J)R_2 + i\left(jw\,L_2 + \frac{r_2}{p_2} - j\frac{w r_2^2 c_2}{p_2} - j\frac{1}{w C_2}\right) = jw\,M_2 J + jw\,m\,i. \tag{1}$$

$$(i-J)R_1 + i\left(jw\,L_1 + \frac{r_1}{p_1} - j\frac{w r_1^2 c_1}{p_1} - j\frac{1}{w C_1}\right) = jw\,M_1 J + jw\,m\,i. \tag{2}$$

Dabei ist $j = \sqrt{-1}$ $w =$ Kreisfrequenz $= 5{,}455 \cdot 10^6$.

$p_1 = 1 + (w r_1 c_1)^2$ $p_2 = 1 + (w r_2 c_2)^2$.

Durch Trennung der reellen und imaginären Teile bekommt man nach einfacher Rechnung

$$\frac{r_2}{p_2}R_1 - \frac{r_1}{p_1}R_2 = w^2\left[M_1\left(L_2 - m - \frac{r_2^2 c_2}{p_2} - \frac{1}{w^2 C_2}\right) - M_2\left(L_1 - m - \frac{r_1^2 c_1}{p_1} - \frac{1}{w^2 C_1}\right)\right] \tag{4}$$

$$R_2\left(\frac{r_1^2 c_1}{p_1} + \frac{1}{w^2 C_1}\right) - R_1\left(\frac{r_2^2 c_2}{p_2} + \frac{1}{w^2 C_2}\right) = R_2(L_1 - M_1 - m) - R_1(L_2 - M_2 - m) + M_2\frac{r_1}{p_1} - M_1\frac{r_2}{p_2} \tag{5}$$

Diese Gleichungen lassen sich für unseren Fall vereinfachen durch Einführung folgender Annäherungen

$$R_1 = R_2 = R \quad p_2 = 1 \quad r_2 = \frac{r_1}{p_1} \tag{6}$$

Wir erhalten dann

$$R\left(r_2 - \frac{r_1}{p_1}\right) = w^2\left[M_1\left(L_2 - m - \frac{r_2^2 c_2}{p_2} - \frac{1}{w^2 C_2}\right) - M_2\left(L_1 - m - \frac{r_1^2 c_1}{p_1} - \frac{1}{w^2 C_1}\right)\right] \tag{7}$$

$$c_1 = p_1\frac{C_1 - C_2}{w^2 r_1^2 C_1 C_2} + \frac{p_1}{r_1^2}[(L_1 - L_2) - (M_1 - M_2)] + \frac{M_2 - M_1}{R \cdot r_1} + \frac{c_2}{p_1} \tag{8}$$

Die Werte M_1 und M_2 sind wesentlich bedingt durch die Teile der inneren und äußeren Strombahn, die für diese beiden gemeinsam sind. Wenn daher die beiden Brückenarme

R_1 und R_2 gleich sind, so sind auch M_1 und M_2 annähernd gleich. Dann werden die Gleichungen 7 und 8 sehr vereinfacht. Wir finden mit $M_1 = M_2 = M$

$$r_2 - \frac{r_1}{p_1} = \frac{w^2 M}{R}\left[(L_2 - L_1) + \frac{r_1^2}{p_1}\left(c_1 - \frac{c_2}{p_1}\right)\right] - \frac{M}{R}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right). \qquad (9)$$

$$c_1 = p_1 \frac{C_1 - C_2}{w^2 r_1^2 C_1 C_2} + p_1 \frac{L_1 - L_2}{r_1^2} + \frac{c_2}{p_1}.$$

Eine gewisse Unsymmetrie in der Brücke, wobei $L_2 > L_1$ ist, bewirkt also eine scheinbare Abnahme der D. K.

Das Korrektionsglied wächst mit dem Quadrate der Leitfähigkeit des Elektrolyten und ist von der Frequenz unabhängig.

Mit dieser Methode wurden nur wäßrige Lösungen von $LiCl$ untersucht.

Die Messungen sind sehr zeitraubend, denn der Kapazitätswert C_2 muß für jede Einstellung mit sehr großer Genauigkeit bestimmt werden. Für diese Kapazitätsmessung wurde die Maxwellsche Methode[1]) benutzt.

Eine gewöhnliche Eichkurve für den Kondensator war nicht genau genug, um die Differenz der beiden Kapazitätswerte C_1 und C_2 mit der erforderlichen Genauigkeit zu bestimmen. Eine Eigentümlichkeit dieser Methode ist, daß sie ungenau wird, wenn die Konzentrationen entweder sehr schwache oder sehr starke sind. Man kann zeigen, daß die Methode ihre größte Genauigkeit für eine bestimmte Leitfähigkeit hat, wenn w und C_1 konstant sind. Die Frequenz muß während der Messung mindestens auf 0,5 Promille konstant sein. Sollen die Widerstände r mit Niederfrequenz auf 0,5 Promille genau bestimmt werden, so muß die Temperatur auf mindestens $\pm$ 0,02° C konstant sein. Dies wurde stets genau beachtet.

In der folgenden Tabelle sind die beobachteten Werte für $LiCl$ und die daraus berechneten Werte der D. K. nach Gl. (9) zusammengestellt. Die einzelnen Werte sind Mittelwerte mehrerer Messungen.

Bei diesen Messungen war:

$t = 18°$ C $\qquad C_1 = 1901{,}7$ bis $1901{,}9$ cm

$w = 5{,}4497 \cdot 10^6$ (für jede Messung bestimmt)

und es ist:

$$p = 1 + (wrc)^2.$$

Der Einfachheit halber haben wir alle Werte der D. K. auf den Wert

$D_0 = 81{,}00$ für dest. Wasser bei 18° C

reduziert.

Normalität	Widerst. in Ohm	Kapazität in cm						Korrektion	D.K. der Lösung
n	r_1	C_2	$C_1 - C_2$	$w^2 r_1^2 C_1 C_2$	p_1	c_1	D'	$+\frac{11900}{r_1^2}$	D
0,001	523,36	610,68	1291,22	11,6650	1,1676	129,25	80,78	0,044	80,824
0,002	268,65	1173,12	728,58	5,90335	1,0436	128,80	80,50	0,165	80,665
0,003	177,69	1489,05	412,65	3,27825	1,01863	128,25	80,14	0,377	80,517
0,004	136,50	1634,10	267,80	2,12330	1,01117	127,53	79,70	0,640	80,340
0,005	109,10	1722,43	179,47	1,42850	1,00711	126,60	79,13	1,00	80,130

$$D = D' + \frac{11900}{r_1^2}.$$

Zeichnet man D' und D als Funktion von n auf, so sieht man, daß die unkorrigierten Werte D' auf einer gekrümmten Kurve liegen, während die Werte D annähernd auf einer geraden Linie liegen. Bei den sehr verdünnten Lösungen ($n < 0{,}0005$) wird das Korrektionsglied verschwindend klein und die Kurve für D' geht hier in eine gerade Linie über und fällt also mit der wirklichen Kurve D zusammen. Man hat also hier ein Mittel, um die Brücke zu symmetrieren, indem man die Länge der Verbindungsdrähte im linken oder rechten Brückenzweig so lange verändert, bis die beobachteten Punkte für z. B. verschiedene $LiCl$-Lösungen nahezu auf einer geraden Linie zu liegen kommen. Für $MgSO_4$- oder $CuSO_4$-Lösungen ist dies nicht möglich, denn die D. K. dieser Lösungen sinkt zu Anfang relativ stark mit wachsender Konzentration und die Abnahme ist wahrscheinlich nicht eine lineare Funktion von n.

Diese Symmetrierungsmethode wurde jetzt benutzt, um in einer einfacheren Brücke (Methode II) mehrere verschiedene Salzlösungen zu untersuchen. Die D. K. der $LiCl$-Lösungen wurden also mit zwei verschiedenen Meßbrücken bestimmt und die gefundenen Werte stimmten innerhalb der Meßgenauigkeit miteinander überein.

1) E. Giebe, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 29, 269, 1909.

Methode II.

Bei dieser Methode wurden beide Elektrolytgefäße nach Fig. 5 benutzt.

Das erste Gefäß, dessen Kapazität C_1 um etwa 10 Proz. kleiner war als die Kapazität C_2 des zweiten Gefäßes, wurde mit dem zu untersuchenden Elektrolyt gefüllt. Parallel zu C_1 wurde der kleine „Mikrokondensator" c geschaltet. Diese beiden bildeten den rechten Brückenzweig.

Das zweite Gefäß war mit destilliertem Wasser gefüllt und der variable Flüssigkeitswiderstand r_2 (Fig. 2) wurde ihm parallel geschaltet. Diese beiden bildeten den linken Brückenzweig. Beide Gefäße waren im Thermostaten untergebracht.

Nehmen wir jetzt an, daß die Zuleitungen zu r_2 bzw. c eine gewisse Selbstinduktion (l-Henry) besitzen, dann erhalten wir für die Leitfähigkeit des linken Brückenzweiges in symbolischer Schreibweise

$$y_1 = jw\,C_2 + \frac{1}{r_2 + jwl} = jw\left[C_2 - \frac{l}{r_2^2 + (wl)^2}\right] + \frac{r_2}{r_2^2 + (wl)^2}.$$

Ist nun $wl \ll r_2$ finden wir angenähert für die scheinbare Kapazität im linken Zweig

$$C_2' = C_2 - \frac{l}{r_2^2}. \qquad (10)$$

Dies zeigt, daß die Selbstinduktivität der Zuleitungen zum Flüssigkeitswiderstand eine scheinbare Abnahme der Kapazität (bzw. der D. K.) bewirkt und zwar proportional dem Quadrate der Leitfähigkeit des Elektrolyten, weil in unserem Fall r_1 und r_2 angenähert gleich sein müssen.

Schon einige cm Drahtlänge spielen hier eine Rolle.

Andrerseits findet man die Leitfähigkeit des rechten Zweiges zu

$$y_2 = \frac{1}{r_1} + jw\,C_1 + \frac{1}{jwl + \frac{1}{jwc}} = \frac{1}{r_1} + jw\left[C_1 + \frac{1}{1 - w^2 lc}\right]. \qquad (11)$$

Hier bewirkt l eine scheinbare Zunahme der Kapazität C, welches wiederum eine scheinbare Abnahme der D. K. vortäuscht, weil der Zusatzkondensator c auf einen höheren Wert

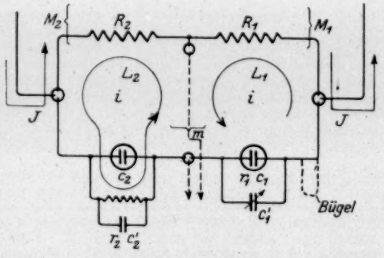


Fig. 5.

als der wirkliche (ohne l) eingestellt werden muß, um die Brücke auszugleichen.

Nun ist im allgemeinen die Größe $w^2 lc$ verschwindend klein gegen eins, so daß eine kleine Selbstinduktivität in Reihe mit c ohne Bedeutung ist. Z. B. wird mit $l = 10^{-8}$ Henry und $r_2 = 100$ Ohm (entsprechend 0,005 normal $Li\,Cl$ im Gefäß I)

$$\frac{l}{r_2^2} \sim 10^{-12}\ \text{Farad} = 1\ \text{cm}.$$

Dies bedeutet schon eine scheinbare Abnahme der D. K. von etwa 1 Proz. Dagegen wird $(w^2 lc)$ ungefähr $4 \cdot 10^{-6}$ also gegenüber eins verschwindend klein.

Hierzu kommen noch eventuelle Unsymmetrien in der Brücke selbst, die ebenfalls zu Korrektionsgliedern führen, die proportional dem Quadrate der Leitfähigkeit des Elektrolyten sind.

Würden wir nun für diesen Fall die vollständige Gleichgewichtsbedingung für eine unsymmetrische Brücke aufstellen, so hätten wir eigentlich 5 aufeinander induzierend einwirkende Stromkreise zu berücksichtigen.

Nun zeigt die obige Rechnung, daß man in erster Annäherung auch hier mit nur 3 Stromschleifen zu rechnen braucht, indem man die Selbstinduktivität l der Zuleitungen zum Widerstand r_2 in den Wert L_2 der linken Brückenmasche einschließt. Das resultierende Korrektionsglied wird nämlich auch hier dem Quadrate der Leitfähigkeit proportional sein.

Oder, was dasselbe ist, man sieht ab von der induzierenden Wirkung des Verschiebungsstromes im Gefäß II. Wir finden dann in ähnlicher Weise wie für die erste Methode die folgenden Bedingungsgleichungen für die ausbalancierte Brücke.

$$(i-J)R_2+i\left(jwL_2+\frac{r_2}{p_2}-j\frac{wr_2^2C_2}{p_2}\right)=jwM_2J+jwmi$$
$$(i-J)R_1+i\left(jwL_1+\frac{r_1}{p_1}-j\frac{wr_1^2C_1}{p_2}\right)=jwM_1J+jwmi \qquad (12)$$

Hierin ist

$p_1=1+(wr_1C_1)^2 \quad p_2=1+(wr_2C_2)^2.$

Durch Einführung folgender Vereinfachungen

$R_1=R_2=R; \quad r_1\backsimeq r_2=r; \quad p_1\backsimeq p_2=p$

finden wir

$$r_2-r_1=\frac{w^2}{R}\left[M_1\left(L_2-m-\frac{r_2^2C_2}{p_2}\right)-M_2\left(L_1-m-\frac{r_1^2C_1}{p_1}\right)\right]$$
$$C_1-C_2=p\,\frac{L_1-L_2}{r^2}+\frac{r}{\frac{R}{p}}\cdot\frac{M_2-M_1}{r^2} \qquad (13)$$

Auch hier können wir setzen

$$M_1=M_2=M^1)$$

und erhalten

$$r_2-r_1=\frac{w^2M}{R}(L_2-L_1) \qquad (14)$$
$$C_1-C_2=p\cdot\frac{L_1-L_2}{r^2}.$$

Nach Fig. 5 haben wir

$C_1=c_1+c_1'$ und $C_2=c_2+c_2'$.

Wir erhalten dann schließlich

$$c_1=c_2-c_1'+c_2'+\frac{a}{r^2}.$$

c_2' ist wie früher angegeben klein und angenähert konstant, und a ist eine Konstante $[=p(L_1-L_2)]$.

In Fig. 5 ist in dem rechten Brückenzweig ein kleiner Kupferbügel von einigen cm Drahtlänge punktiert angedeutet. Durch kleine Änderungen des Flächeninhalts dieser Drahtschleife ist es möglich, die Größe a von positivem zu negativem Werte zu ändern. Nimmt man z. B. eine Drahtschleife mit verhältnismäßig großer Selbstinduktivität und schaltet diese an der angegebenen Stelle in die Brücke ein, so beobachtet man zuerst eine Abnahme der D. K. bei sehr verdünnten Lösungen. Bei den stärkeren Konzentrationen dagegen findet man eine starke (aber nur scheinbare) Zunahme der D. K. Für *Li Cl* fanden wir eine bestimmte Größe dieser Drahtschleife und eine nahezu geradlinige Abnahme der D. K. Die Brücke war dann also praktisch vollkommen symmetriert und die gefundenen Werte der D. K. stimmten mit den nach der ersten Methode bestimmten gut überein. Um den Einfluß der Unsymmetrie zu zeigen, haben wir für *Li Cl* und *K Cl* einige Meßresultate in Kurvenform dargestellt (Fig. 6). Kurve I wurde mit einem großen Kupferbügel (Flächeninhalt etwa 3 cm²), Kurve II mit einem kleineren Bügel und die Kurve III ohne Bügel aufgenommen. Die 3 Kurven laufen mit abnehmender Konzentration in eine Spitze zu-

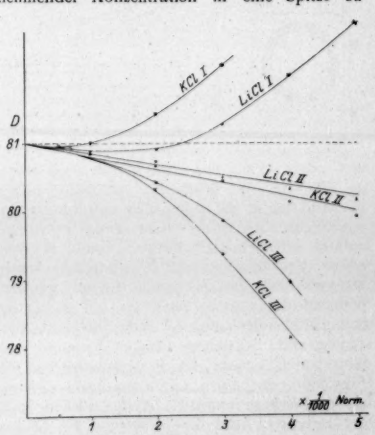


Fig. 6.

sammen. Aus einer solchen Kurvenschar läßt sich die Anfangstangente ziemlich genau bestimmen.

Setzt man

$$D=D_0-2\delta\cdot K,$$

wobei K die Konzentration bedeutet, so fanden wir für *Li Cl*

$$\delta=80\pm2{,}5.$$

1) Wir beabsichtigen später eine verbesserte Meßanordnung aufzustellen. Bei dieser soll eine Symmetrieranordnung in der Brücke verwendet werden, mit deren Hilfe man die Korrektionsglieder zum Verschwinden bringen kann.

In der Fig. 7 sind die endgültigen Messungen für $LiCl$, KCl, $BaCl_2$, $La(NO_3)_3$, $MgSO_4$ und $K_4Fe(CN)_6$ in Kurvenform dargestellt.

Die Brücke war hier, wie oben angegeben, mit Hilfe einer kleinen Stromschleife in dem rechten Brückenzweig symmetriert.

Ein eigentümliches Verhalten zeigen die beiden Salze $MgSO_4$ und $K_4Fe(CN)_6$. Die D. K. nimmt hier bei schwachen Konzentrationen relativ sehr stark ab.

Um noch eine Kontrolle dieser Messungen zu bekommen, haben wir die relativen Werte der D. K. der verschiedenen Salzlösungen gegen $LiCl$ als Vergleichsobjekt bestimmt.

Der variable Flüssigkeitswiderstand ($r_2 c_2^1$) in Fig. 5 wurde entfernt. Gefäß II wurde mit einer bestimmten Lösung von $LiCl$ gefüllt. Sodann wurde Gefäß I mit einer solchen Lösung von KCl gefüllt, daß die Widerstände der beiden

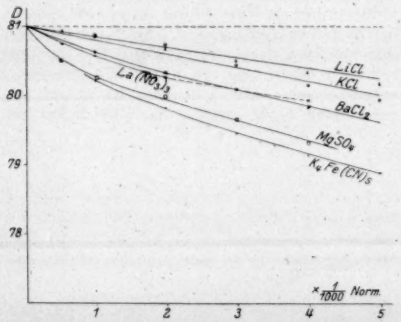


Fig. 7.

Gefäße nahezu gleich waren. Durch tropfenweise Verdünnung der KCl-Lösung wurde jetzt während der Messung, ein so genauer Widerstandsausgleich erreicht, daß man mit dem Hilfskondensator c_1' das Telephon vollständig zum Schweigen bringen konnte. Alsdann waren sowohl die Widerstände wie die Kapazitäten zu beiden Seiten der Brücke gleich. Die Vergleichswiderstände ($R_1 R_2$) wurden auch hier vertauscht und der Mittelwert der beiden Ablesungen am Hilfskondensator genommen.

Da die Widerstandskapazitäten der beiden Gefäße bekannt waren, konnte man nachher die Konzentrationen der KCl-Lösung mit Hilfe der Leitfähigkeitswerte für wäßrige KCl-Lösungen bestimmen. Da nun die D.K. der $LiCl$-Lösungen schon mit zwei verschiedenen Meßmethoden bestimmt war, wurde von diesen Werten ausgegangen und so die D. K. der übrigen Lösungen bestimmt.

Die Meßresultate sind in Fig. 8 in Kurvenform dargestellt. Die Werte für $MgSO_4$ stimmten mit den früheren sehr gut überein. Dagegen sind die Differenzen zwischen $LiCl$ und KCl, $BaCl_2$, $La(NO_3)_3$ nach der letzten Methode etwas kleiner wie früher gefunden. Da die Konzentrationen aus den Leitfähigkeitsmessungen bestimmt worden sind, so ist die Genauigkeit nicht groß. Da nun aber der Verlauf der Kurven in Fig. 8 mit denen in Fig. 7 so ziemlich übereinstimmen und die Reihenfolge die richtige ist, wurden diese relativen Messungen nicht wiederholt.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß die Wheatstonesche Brücke bei Hochfrequenz zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante verdünnter wäßriger Elektrolytlösungen gut geeignet ist, wenn man folgendes beachtet:

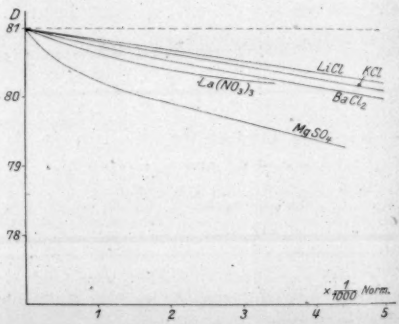


Fig. 8.

Die Brücke muß gegen unbeabsichtigte induktive oder kapazitive Einwirkungen abgeschirmt werden. Die Brücke muß gegen Erde mit Hilfe der Wagnerschen Erdungsanordnung symmetriert werden. Wenn die Brücke ausbalanciert ist, bilden die beiden Brückenhälften mit den Zuführungsleitungen drei aufeinander induzierend einwirkende Stromkreise. Ist eine innere Unsymmetrie der Brücke vorhanden, so muß hierfür im Meßresultat korrigiert werden. Die hierbei auftretenden wesentlichen Korrektionsglieder sind dem Quadrate der Leitfähigkeit des Elektrolyten proportional und von der Frequenz unabhängig. Einige Meßresultate für $LiCl$, KCl, $BaCl_2$, $La(NO_3)_3$, $MgSO_4$, $K_4Fe(CN)_6$ werden mitgeteilt.

Bei der Ausführung dieser Arbeit hat uns Dipl.-Ing. F. Euder assistiert.

Drontheim, Technische Hochschule 9. Juli 1927.

(Eingegangen 22. Juli 1927.)

Studien über den Mechanismus des Lichtbogens.

I. Einfluß des Druckes auf den Kathodenbrennfleck.

Von R. Seeliger und H. Schmick.

Die beiden Formen der raumladungsbeschwerten Entladung, die man als Glimmentladung und Bogenentladung bezeichnet, unterscheiden sich — abgesehen natürlich von gewissen lediglich quantitativen Merkmalen — bekanntlich nur durch die Vorgänge an der Kathode. Und hier wiederum ist es vor allem das Phänomen des Brennflecks, das von grundsätzlicher Bedeutung ist. Experimentell ist bisher festgestellt, daß die Stromdichte im Brennfleck unabhängig von der Stromstärke ist und je nach dem Kathodenmaterial zwischen etwa 400 (an Kohle) und 7000 (an Eisen) Amp./cm^2 in dem freibrennenden Bogen liegt[1]), ferner, wie der Brennfleck sich aus der Glimmlichtbedeckung durch eine merkwürdige Kontraktion kontinuierlich entwickelt[2]) und endlich, daß der Spannungsabfall in einem wahrscheinlich sehr schmalen Bereich an der Kathodenoberfläche konzentriert ist und die Feldstärke deshalb dicht an der Kathode sehr hohe Werte von etwa 10^5 Volt/cm erreicht[3]). Theoretisch kommt man, wenn auch quantitativ durchaus noch nicht überzeugend, so doch durch ganz plausible Annahmen, auf verschiedenen Wegen zu Folgerungen, die mit den letztgenannten experimentellen Befunden übereinstimmen, man kann aber noch nicht die Konstanz der Stromdichte verständlich machen[4]). Wir wissen also immer noch recht wenig über die Eigenschaften und den Mechanismus des Brennflecks. Es sind deshalb die Ergebnisse der im Folgenden beschriebenen Versuche von Interesse; sie sind vielleicht sogar von grundsätzlicher Bedeutung und vermehren das bisherige ausgedehnte Beobachtungsmaterial nicht nur um eine nebensächliche Einzelheit. Die Möglichkeit zu ihrer Durchführung wurde uns gegeben durch ein Forschungsstipendium der Notgemeinschaft und durch eine namhafte Unterstützung seitens des Elektrotechnischen Vereins Berlin. An den Vorversuchen hatte sich noch Herr J. Schmekel beteiligt, bei den Messungen, die zum Teil nur von drei Beobachtern gleichzeitig ausgeführt werden konnten, hat uns Frl. Handt geholfen.

1) A. Güntherschulze, Zeitschr. f. Phys. **11**, 71, 74, 1922.

2) R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **27**, 730, 1926.

3) H. N. Nagaoka u. G. Sugiura, Jap. Journ. Phys. **3**, 45, 1924.

4) R. Seeliger (Z. B.), Physik. Zeitschr. **27**, 22, 1926.

Ausgehend von der Erwägung, daß von den nach Belieben variierbaren Entladungsparametern bisher der Gasdruck noch recht stiefmütterlich behandelt worden ist und anschließend an einige gelegentliche Beobachtungen am Metall-Vakuumsbogen hatten wir uns die Aufgabe gestellt, den Einfluß des Druckes auf den Brennfleck näher zu untersuchen. Es ist zwar kürzlich eine sehr sorgfältige und eingehende Untersuchung über den Kohlebogen unter vermindertem Druck von Bider[1]) durchgeführt worden, Herr Bider hat sich aber dabei auf die Festlegung der Charakteristik beschränkt und sich nicht näher mit den Vorgängen an der Kathode beschäftigt; die uns hier interessierenden Erscheinungen konnte er nach einer brieflichen Mitteilung zum Teil und gelegentlich ebenfalls beobachten, hat sie dann aber leider nicht näher untersucht. Es handelt sich um Beobachtungen darüber, wie die Größe des Brennflecks und insbesondere die Stromdichte im Brennfleck vom Druck abhängt. Die bekannte Sachlage in der Glimmentladung, wo bei unvollständig bedeckter Kathode die Stromdichte eine durch die Ähnlichkeitsgesetze von Holm gegebene Funktion des Druckes ist, legt diese Frage nahe, über die in der Literatur überhaupt noch keine Angaben vorzuliegen scheinen. Da an Metallkathoden die Bestimmung der Brennfleckgröße schwierig, wenn überhaupt mit einiger Genauigkeit möglich ist, haben wir als Kathodenmaterial zunächst Reinkohle benutzt. Bemerkt sei dazu schon hier, daß wir ohne merkliche Unterschiede in den Ergebnissen sowohl gewöhnliche Bogenlampenreinkohle wie Kohle benutzten, die nach einer uns von Herrn Paschen freundlichst angegebenen Vorschrift gereinigt und entgast worden war.

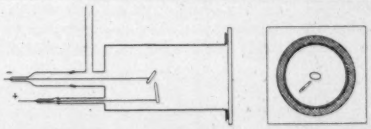


Fig. 1.

Benutzt wurden je nach den speziellen Zwecken zwei auf Grund von Vorversuchen konstruierte Entladungsgefäße. Fig. 1 zeigt das Gefäß, das zur Untersuchung der Brennfleck-

1) Diss. Basel (mit vollständigem Nachweis der Literatur über Niederdruckbogen). Vgl. dazu auch die gekürzte Veröffentlichung von A. Hagenbach u. M. Bider, Arch. sc. phys. et nat. **6**, 150, 1926. Herr Bider hatte uns die Korrekturbogen seiner Dissertation freundlichst zur Einsicht überlassen.

größe diente. Der Bogen brannte zwischen einer ebenflächigen Kohlenscheibe von etwa 15 mm Durchmesser als Kathode und einem Kohlestift als Anode, der zur Zündung mit Hilfe eines Schliffes gedreht werden konnte. Das Metallgefäß war vorne mit einer Spiegelglasscheibe verschlossen, die auf die geschliffene Stirnwand des Gefäßes mit einem Gummiring vakuumdicht aufgepaßt war. Das ganze Gefäß wurde durch eine Brause ständig mit Wasser bespült und blieb vollkommen kalt. Der Brennfleck konnte durch ein optisch planes Rauchglas in einem Mikroskop mit Okularmikrometer betrachtet und seine Fläche ausgemessen werden. Das in Fig. 2 gezeichnete Gefäß diente zur Untersuchung der Charakteristik des Bogens. Auch hier brannte der Bogen in einem wassergekühlten, vollkommen vakuumdichten Metallgefäß. Die Anode war mit Hilfe einer (bei *V* nur angedeuteten) Vakuumverschiebung gegen die Kathode fein verstellbar. Durch ein Schauloch wurde der Bogen etwa 10 mal vergrößert auf einen Schirm projiziert, um die Bogenlänge messen zu können und zugleich die mit dem Gefäß I festgestellten Veränderungen am Brennfleck nochmals nachkontrollieren und den Eintritt dieser Veränderungen mit den einzelnen Punkten der Charakteristik in Verbindung setzen zu können. Mit einem für diesen Zweck von Ruhstrat gebauten veränderlichen Widerstand konnte die Stromstärke zwischen 0 und 10 Amp. eingestellt werden. Strom- und Spannungsmessung erfolgte in der üblichen Weise mit zwei Zeigerinstrumenten. Der Druck wurde an einem geschlossenen Quecksilbermanometer bis auf 1 mm genau abgelesen. Die drei untersuchten Gase Luft, Stickstoff und Neon wurden über zwei lange Phosphorpentoxydröhren eingeleitet, da nach den Erfahrungen von Bider schon geringe Feuchtigkeitsmengen zu unliebsamen Komplikationen führen. Luft und Stickstoff, der letztere aus einer Bombe über glühende Kupferspäne geleitet, gaben keine merklich verschiedenen Ergebnisse; dies dürfte verständlich sein, da der Sauerstoff aus der Luftfüllung in kurzer Zeit weggebrannt ist.

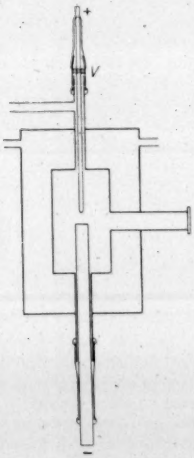


Fig. 2.

Alle Messungen sind, namentlich bei tieferen Drucken und größeren Bogenlängen, sehr mühsam, wie dies auch alle Angaben in früheren Arbeiten auf diesem Gebiet bestätigen. Vor allem stören das Klettern des Bogens und die hierdurch bedingte Inkonstanz der Bogenlänge, und es erfordert Übung und Vertrautheit mit den Eigenheiten der Entladung, um zu zuverlässigen Ergebnissen zu gelangen. Man muß abwarten, bis der Bogen sich in geeigneter Lage an den Elektroden festgebrannt hat und in diesem Zustand möglichst rasch die notwendigen Ablesungen vornehmen. Die Bogenlänge bleibt dann meist für einige Zeit konstant und auch der Brennfleck, der auch an der Kohle oft unruhig auf der Kathodenoberfläche umherwandert, hat sich an einer Stelle festgesetzt und kann recht genau ausgemessen werden. Um seine Fläche zu bestimmen, genügt es in den günstigen zu einer Messung tauglichen Fällen, mit dem Okularmikrometer einige Durchmesser des ungefähr kreisförmigen oder elliptischen Fleckes zu bestimmen und aus diesen die Flächen zu berechnen. Im übrigen muß man versuchen, durch Häufung der Beobachtungen und Mittelwertsbildung die Fehler der Einzelmessungen zu eliminieren und kann so zu einer Genauigkeit von mindestens 10 Proz. kommen.

In Luft und Stickstoff ist der Brennfleck zwar einigermaßen scharf begrenzt, doch ist stets auch seine weitere Umgebung noch schwach glühend. Durch passende Wahl der Rauchgläser kann man aber den hellsten zentralen Teil recht gut abgrenzen. In Neon hingegen ist der Fleck von praktisch gleichmäßiger Helligkeit und seine Umgebung scheint ganz dunkel zu sein. Die Messungen der Brennfleckgröße wurden nun so vorgenommen, daß Bogenlänge und Stromstärke jeweils konstant gehalten wurden und der Druck langsam erniedrigt wurde; die Konstanz der Stromstärke

ist ohne eine Nachregulierung am Widerstand mit genügender Genauigkeit zu erreichen, wenn man — wie dies an sich schon notwendig ist — für genaue Konstanz der Bogenlänge sorgt und den Widerstand bzw. die äußere E.M.K. so groß wählt, daß die Widerstandsgerade praktisch senkrecht gegen die Stromachse einfällt.

In Luft und Stickstoff nimmt nun die Größe des Brennflecks mit abnehmendem Druck stetig zu, die Stromdichte im Brennfleck also ab. Zuletzt bedeckt der B. F. ein Vielfaches der von ihm bei Atmosphärendruck eingenommenen Fläche und es ist seine Umgebung bis auf Entfernungen von der Größenordnung seines Durchmessers noch schwach glühend. Die Grenze zwischen dem eigentlichen zentralen Fleck und diesem Hof ist aber immerhin so deutlich, daß dieser zentrale Teil gut ausgemessen werden kann. In Fig. 3 sind die Ergebnisse einer großen Zahl von Messungen eingetragen; Abszissen sind die Drucke in cm *Hg*, Ordinaten die Stromdichten in Amp./cm^2. Sehr merkwürdig ist aber die folgende Erscheinung. Bei Drucken unterhalb von etwa 10 cm ändert sich nämlich plötzlich das Bild. Wenn bei der langsamen Druckerniedrigung ein bestimmter kritischer Druck erreicht ist, bricht plötzlich und durchaus unstetig die bisherige Entladungsform mit dem ausgedehnten Brennfleck zusammen und die Entladung setzt in einem scharf begrenzten sehr viel kleineren Fleck auf der Kathodenoberfläche an, der auch nicht mehr ruhig an einer Stelle steht, sondern unruhig auf der Kathode umherirrt. Zugleich scheint in diesem Zustand der Entladung die Anode lebhaft zu zersprühen; vermutlich täuschen jedoch kleine von der Kathode kommende hocherhitzte und von der Anode abprallende Teile dies Zersprühen nur vor. Die Fläche des neuen kleinen Fleckes läßt sich mit Sicherheit nicht mehr messen. Die Stromdichte scheint aber mindestens ebenso groß, wahrscheinlich aber sogar etwas größer zu sein als bei Atmosphärendruck. In Neon konnten wir im Gegensatz zu den eben beschriebenen Vorgängen ein Anwachsen der Brennfleckgröße niemals feststellen. Der Fleck behält ganz unverändert sein Aussehen und seine Größe bis herab zu Drucken von einigen Millimetern, wo dann der Bogen in die Glimmentladung übergeht oder erlischt. Auch dem Aussehen nach unterscheidet sich der Fleck von dem in Luft. Er ist schärfer begrenzt und seine Umgebung ist vollkommen dunkel; zudem haben wir nie beobachtet, daß er sich an einer Stelle der Kathodenoberfläche festbrennt, sondern ihn stets nur unruhig umherlaufen gesehen. Dies alles macht ganz denselben Eindruck wie in Luft nach dem geschilderten Umschlag in die kontrahierte Form. Andere Edelgase oder, wie dies nahe liegt, die Verhältnisse bei wesentlich höheren Drucken als Atmosphärendruck zu untersuchen, hatten wir keine Gelegenheit.

Das Anwachsen der Fläche des B. F. führt natürlich sogleich zu der Frage, wie sich dabei die elektrischen und thermischen Eigenschaften des Bogens ändern. Wir haben deshalb zunächst die Abhängigkeit der Brennflecktemperatur vom Druck untersucht. Zu diesem Zweck wurde vom B. F. und seiner Umgebung mit Hilfe eines geeigneten photographischen Objektivs ein stark vergrößertes reelles Bild entworfen und dieses direkt mit einem Siemenspyrometer anvisiert. Wenn man dann das Pyrometer nicht fest montiert, sondern frei in der Hand hält, gelingt es unschwer, das Bild des Brennflecks auf den Pyrometerfaden zu bekommen. Mit Hilfe eines Klappspiegels konnte ein zweiter Beobachter simultane Messungen über die Größe des Brennflecks anstellen. Es war uns hier natürlich nicht daran gelegen, die wahre Temperatur des Brennflecks nun mit möglichster Genauigkeit zu bestimmen, sondern es genügte festzustellen, ob sich seine Helligkeit bei der

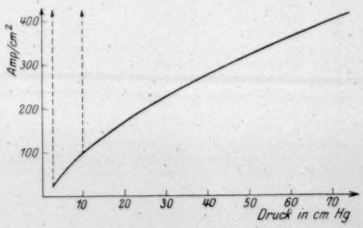


Fig. 3.

beschriebenen Ausbreitung mit abnehmendem Druck ändert. Das Ergebnis läßt sich dahin zusammenfassen, daß zugleich mit der Vergrößerung des Brennflecks seine (schwarze) Temperatur kontinuierlich (um etwa 400°) abnimmt.

Von den elektrischen Größen läßt sich unmittelbar erfassen nur die Brennspannung bzw. die Charakteristik. Wir konnten hier die Ergebnisse von Bider auch quantitativ im allgemeinen bestätigen, nach welchen die Brennspannung bei konstanter Stromstärke mit sinkendem Druck stetig abnimmt. Es zeigte sich aber weiterhin, daß beim plötzlichen Umschlag der Entladung, also bei der Kontraktion des B. F., ein ebenso plötzlicher Spannungssturz eintritt, der bis zu 30 Volt betragen kann. Genaue und absolut

reproduzierbare Werte zu erhalten war uns trotz vielfacher Bemühungen und zahlreicher Versuche nicht möglich. Die Verhältnisse scheinen uns aber in den großen Zügen folgendermaßen zu liegen. Wenn man bei einer konstanten Stromstärke den Druck stetig erniedrigt, so tritt der genannte Umschlag bei einem kritischen Druck p ein, der von der Stromstärke abhängt und umso höher liegt, je kleiner die Stromstärke ist. Mit dem Umschlag ist ferner verbunden ein Sturz der Brennspannung um den Betrag Δe, der ebenfalls von der Stromstärke (bzw. also vom kritischen Druck) abhängt und umso größer ist, je kleiner die Stromstärke (bzw. je höher der kritische Druck) ist. Der Spannungssturz scheint dann immer zu derselben und

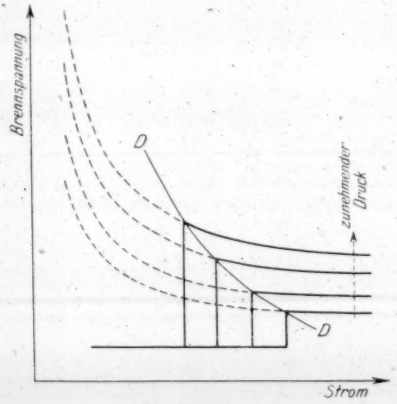


Fig. 4.

weiterhin vom Druck unabhängigen Brennspannung zu führen, d. h. die Charakteristik der Entladung in dem neuen Zustand mit dem kleinen Brennfleck scheint eine zur Stromachse parallele Gerade zu sein. Mit Benutzung der Biderschen Charakteristiken würde sich daraus das in Fig. 4 gezeichnete schematische Bild ergeben und eine gewisse Übersichtlichkeit in die beschriebenen recht verwickelten Erscheinungen insofern kommen, als in dem Gebiet rechts von $D-D$ die Entladungsform mit dem ausgedehnten Brennfleck, in dem übrigen Teil der Diagrammebene links von $D-D$ die neue Form mit dem kontrahierten Brennfleck vorzugsweise stabil wäre.

Die genauere Untersuchung darüber, wie dieser Umschlag vor sich geht, hat nun aber neue Komplikationen aufgedeckt. Wenn die Ereignisse nach dem groben Schema der Fig. 4 erfolgen würden, so würde man bei langsam und kontinuierlich abnehmendem Druck und konstanter Stromstärke zunächst ein langsames Abnehmen der Brennspannung erwarten müssen, bis dann bei Erreichung des kritischen Druckes plötzlich die Spannung unstetig herabstürzt und der Umschlag stattfindet. Wir haben aber stets gefunden, daß kurz vor dem Umschlag die Spannung wieder ansteigt und zwar mit solcher Regelmäßigkeit, daß dieses Ansteigen als ein sicheres Vorzeichen für den dann einsetzenden Spannungssturz und den Umschlag gelten kann. Wenn man den Druck langsam genug erniedrigt, kann man sogar ein doppeltes Ansteigen beobachten, wie es nach einer der bestgelungenen Beobachtungen für 7,5 Amp. und eine Bogenlänge von 3,5 mm in Fig. 5 gezeichnet ist. Wenn man auf einem der wieder aufsteigenden Kurventeile durch Abschließen des Entladungsgefäßes von der Pumpe die weitere Druckabnahme stoppt, bleibt die Spannung auf dem erreichten Wert stehen. Durch eine Druckvergrößerung kann man dann die Spannungs-Druckkurve rückwärts in reproduzierbarer Weise durchlaufen und dies Spiel beliebig oft wiederholen. Dies scheint uns

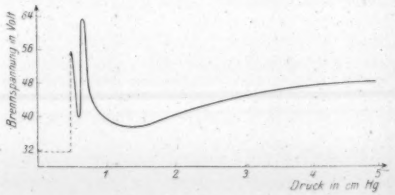


Fig. 5.

jedenfalls dafür zu sprechen, daß es sich nicht einfach um Nachwirkungserscheinungen handeln kann, wie sie durch thermische Effekte oder durch eine Gasabgabe der Kohlen hervorgerufen werden können. Auch die von Bider hervorgehobenen Einflüsse eines Wasserdampfgehaltes des Füllgases auf die Charakteristik wurden natürlich sorgfältig beachtet. Am Bogen selbst konnte im vergrößerten Projektionsbild während des Ansteigens der Brennspannung nichts Auffallendes bemerkt werden; vor allem achteten wir hier auf eine eventuelle Verlängerung des Bogens durch Klettern, die ähnliche Effekte hätte bewirken können. Zu bemerken ist dazu, daß Bider beim Kohlebogen ein Ansteigen der Brennspannung bei kleinen Drucken, wie wir es beobachtet haben, nicht festgestellt hat, sondern daß die Brennspannung mit abnehmendem Druck ständig weiter abnahm. Demgegenüber

werden wir nach unseren allerdings mehr orientierenden Messungen zu der Vermutung geführt, daß sich die ganzen Charakteristiken bei tiefen Drucken (in der Gegend von etwa 1 cm *Hg*) wieder zu größeren Spannungswerten heben. Für den Wolframbogen in Stickstoff hat übrigens auch Herr Wehrli[1]) in einer inhaltsreichen Untersuchung über den Übergang von der Glimmladung zur Bogenentladung ein ganz ähnliches Minimum der Brennspannung unterhalb von etwa 10 cm Druck festgestellt (vgl. dazu insbesondere die Fig. 13 seiner Arbeit). Der Bogen in Neon verhält sich auch hinsichtlich der Charakteristik irregulär. Während in Luft die Brennspannung mit abnehmendem Druck kontinuierlich bis zu dem genannten Minimum abnimmt, steigt sie in Neon stetig langsam an bis herab zu den kleinsten Drucken von einigen Millimetern; und zwar gilt dies für alle von uns untersuchten Stromstärken zwischen 2 und 9 Amp.; d. h. die Charakteristiken in Neon heben sich mit abnehmendem Druck zu größeren Spannungswerten. Diese Hebung beträgt im Durchschnitt etwa 2 bis 3 Volt für eine Druckverminderung von 10 cm. Fig. 6 gibt als Beispiel zwei Charakteristiken für 8 Amp. und eine Bogenlänge von 3,5 mm.

Es erhebt sich nun natürlich sogleich die Frage, ob und wie weit man sich von den im Vorhergehenden beschriebenen experimentellen Ergebnissen theoretisch Rechenschaft geben kann. Bei dem heutigen Stand der Theorie ist dazu kaum Hoffnung vorhanden; man wird also umgekehrt vorgehen und aus den Beobachtungen Hinweise für die theoretischen Ansätze zu entnehmen versuchen. Wir gehen aus von den Verhältnissen in der Glimmentladung bei normalem Kathodenfall, wo die Stromdichte mit dem Druck abnimmt, während der Kathodenfall konstant bleibt. Im Sinn der Holmschen Ähnlichkeitsbetrachtungen haben wir dies folgendermaßen zu deuten. Da sich in erster Näherung die Stromverteilung an der Kathode, d. h. das Verhältnis von Elektronen- zu Ionenstromdichte mit dem Druck nicht ändert, kann der Kathodenfall trotz der Änderung der Stromdichte mit dem Druck nur konstant bleiben, wenn sich die Dicke des Raumladungsgebietes invers mit der Stromdichte ändert, also mit dem Druck zunimmt. Dies ist der Kernpunkt der Verkoppelung von normaler Stromdichte und Dunkelraumdicke. Im Bogen kommt nun zu der Ionenstoßerregung der Kathode eine thermische Zusatzerregung, die wir kurz mit F (Fremdenerregung) bezeichnen wollen; F soll also die Stromdichte der thermisch aus der Kathode austretenden Elektronen sein. Wenn F vermindert wird, so verschiebt sich die Stromverteilung an der Kathode unter sonst gleichen Umständen zugunsten des positiven Ionenanteils und der Kathodenfall müßte steigen. Was wir gefunden haben ist nun gerade, daß F mit abnehmendem Druck kleiner wird, da die Temperatur im Brennfleck abnimmt. Angaben über den Zusammenhang des Kathodenfalls mit dem Druck liegen zwar noch nicht vor, aus den bisherigen Interpretationen der Charakteristik ist aber geschlossen worden[1], daß der Kathodenfall mit abnehmendem Druck nicht nur nicht steigt, sondern abnimmt. Es fragt sich also, wie diese beiden Befunde in Einklang miteinander gebracht werden können. Die plausibelste Möglichkeit dazu ist offenbar gegeben durch die Annahme, daß die Zunahme der Ausdehnung des Raumladungsgebietes mit abnehmendem Druck gewissermaßen überkompensiert wird durch die Abnahme der Stromdichte, und diese Annahme ist in der Tat auch ganz verständlich

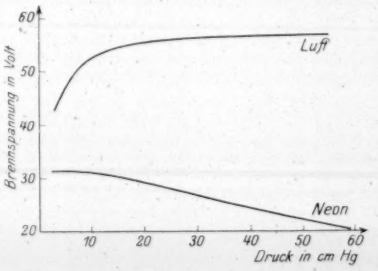


Fig. 6.

auf Grund der thermischen Theorie der Bogenentladung. Denn die Stromdichte nimmt im Bogen mit abnehmendem Druck nicht nur ab aus raumladungsgeometrischen Gründen, sondern außerdem noch infolge einer Abnahme von F, die mit der erstgenannten Stromdichtereduktion von selbst verbunden sein muß. Von dieser Seite aus scheinen also Schwierigkeiten prinzipieller Natur für die thermische Bogentheorie nicht aufzutreten. Aus Messungen, wie wir sie hier vorgenommen haben, ließe sich nun aber die Comptonsche Bogentheorie besser als bisher im einzelnen nachprüfen, da man eine Variable mehr zur Verfügung hat. Man kennt nun die Gesamtstromdichte, die thermische Elektronenstromdichte aus der Kathodentemperatur

1) Herr Wehrli hat uns die Korrekturbogen seiner in der Zeitschr. f. Phys. erscheinenden Arbeit freundlichst zur Einsicht zugesandt

1) A. Hagenbach u. M. Bider, Arch. sc. phys. nat. 8, 153, 1926.

und die Dicke des Raumladungsgebietes für eine kontinuierliche Folge von Drucken; wir werden darauf aber erst zurückkommen, wenn es uns gelungen sein wird, genauere quantitative Angaben zu erhalten. Ganz unverständlich sind aber noch das Verhalten des Neonbogens und der Mechanismus der Kontraktion des Brennflecks im Luft- und Stickstoffbogen. Denn es ist nicht einzusehen, warum mit abnehmendem Druck der Brennfleck sich nicht ständig weiter ausdehnt und die Stromdichte abnimmt auf den dann für die Glimmentladung charakteristischen Wert. Die Ergebnisse von Wehrli am Wolframbogen geben hier vielleicht einen Hinweis und wir haben deshalb analoge Versuche wie die hier für den Kohlebogen angestellten nun auch für Metallbogen geplant. In einer früheren Untersuchung[1]) wurde gefunden, daß (von der Glimmentladung ausgehend) die Bedeckung der Kathode sich mit zunehmender Stromstärke von der bei anomalem Kathodenfall vollständigen wieder zusammenzieht auf eine unvollständige und es wurde dies gedeutet als der Beginn der Ausbildung des Bogenbrennflecks. Diese Ausbildung konnte aber niemals vollständig bis zu Ende verfolgt werden, sondern es fand stets bei einer bestimmen Stromstärke ein plötzlicher Umschlag in eine Entladungsform mit einem kleinen Brennfleck statt. Das ist eine Erscheinung, die jedenfalls viel Ähnlichkeit mit den in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Effekten hat und die es nahe legt, jenen kleinen Brennfleck nicht als den regulären anzusehen, wie er bei höheren Stromstärken auftritt.

Zusammenfassung. Die Untersuchung des Kohlebogens bei veränderlichen Drucken ergab, daß der Brennfleck auf der Kathode in Luft und in Stickstoff sich mit abnehmendem Druck kontinuierlich ausdehnt und die Stromdichte im Brennfleck abnimmt; zugleich wird die Temperatur der Kathodenoberfläche im Brennfleck kleiner. Dies konnte jedoch nicht in Neon nachgewiesen werden, wo der Brennfleck unabhängig vom Druck stets dasselbe Aussehen behält. Ferner wurde gefunden, daß die Ausdehnung des Brennflecks im Luft- bzw. Stickstoffbogen mit abnehmendem Druck nicht ständig weiter fortschreitet, sondern daß bei einem kritischen Druck (der bei einigen cm Hg liegt) die Entladungsform mit dem ausgedehnten Brennfleck unstetig umschlägt in eine andere Form mit einer sehr kleinen Ansatzstelle der Entladung auf der Kathode. Mit diesem Umschlag ist ein Absturz der Brennspannung (um maximal etwa 30 Volt) verbunden. Die Charakteristiken oberhalb des genannten Druckes stimmen im allgemeinen gut überein mit den von Bider gemessenen, unterhalb sind sie angenähert Gerade parallel der Stromachse. Über den Zusammenhang zwischen kritischem Druck und Stromstärke konnten einige allerdings mehr orientierende Feststellungen gemacht werden. Erschwert wird hier die Ableitung einfacher Gesetzmäßigkeiten durch merkwürdige Abweichungen der Charakteristiken von den Biderschen, die in einem Wiederansteigen der Brennspannung mit abnehmendem Druck unmittelbar vor Eintritt des Umschlags sich äußern.

Greifswald, 25. Juli 1927.

(Eingegangen 27. Juli 1927.)

1) Physik. Zeitschr. 27, 730, 1926.

Die Elektrodynamik im Gefüge der Einsteinschen Gravitationstheorie.

Von Sites C. Kar.

Zusammenfassung: In der vorliegenden Arbeit habe ich eine neue Theorie der Elektrodynamik aufgestellt, die von der Annahme der Raumzeitdrehungen ausgehend eine anscheinend volle, doch ganz einfache Erklärung des Lorentzschen Kraftgesetzes ergibt. Zudem paßt sie sich in ganz natürlicher Weise der Gravitationstheorie Einsteins an. Dabei habe ich die Einsteinsche Gravitationstheorie von einem neuen, etwa kinematischen im Gegensatz zum üblichen, geometrischen Gesichtspunkte aus betrachtet, was übrigens durch Einführung des Begriffs des Geschwindigkeitsachsensystems die Gravitationstheorie Einsteins ins helle Licht gerückt zu haben scheint.

Einleitung: Es sind bisher hauptsächlich drei Versuche gemacht worden, die Theorie der Elektrizität auf dem Gleise der allgemeinen Relativitätstheorie Einsteins zu konstruieren. Der erste dieser ist der von Weyl, dessen wesentliche Züge darin bestehen, daß er die ganze elektromagnetische Erscheinung aus einem sogenannten Eichungsfaktor abzuleiten versucht hat. Geometrisch rechtfertigt man diesen Faktor durch die Behauptung, daß der Maßstab, worauf die Metrik also die Messungen zu einem beliebigen Raumzeitpunkte bezogen sind, nicht konstant zu sein braucht. Nach Weyl also muß man annehmen, daß ds^2 einen Eichungsfaktor enthält, und zwar in der folgenden Form:

$$ds^2 = e^{\int \Phi_x dx^x} \cdot g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu .$$

Bei diesem Ansatz wird der Maßstab vom Wege abhängig, weil $\Phi_x dx^x$ im allgemeinen kein voll-

ständiges Differential vorausgesetzt werden darf. Die Funktionen Φ_s werden dann mit den elektromagnetischen Potentialen identifiziert und die Theorie der Elektrizität konsequent hergeleitet. Indessen leidet die Weylsche Theorie an dem Nachteil, daß der Übergang zu den erfahrungsmäßigen mechanischen Gleichungen nur durch ein höchst unwahrscheinlich aussehendes Annäherungsverfahren zu erzielen ist.

Der zweite Versuch in dieser Linie stammt von Eddington[1]), der die Levi-Civitaschen Koeffizienten der Parallelverschiebung in den Vordergrund rückt und gleichzeitig die Komponenten des Maßtensors $g_{\mu\nu}$ ihres fundamentalen Charakters entkleidet. Auf diesem Wege gewinnt er den elektrischen Sechservektor als antisymmetrische Ergänzung zum Riemannschen Krümmungstensor zweiten Ranges. Der dritte Versuch von Einstein[2]) geht von dem Gedanken aus, den symmetrischen Charakter von $g_{\mu\nu}$ aufzugeben. Dies bringt es aber mit sich, daß die Levi-Civitaschen Komponenten der Parallelverschiebung dadurch noch symmetrieloser werden. An sich ist dagegen nichts zu sagen. Doch ist nach meiner Meinung die Einsteinsche Theorie sowie die von Eddington dem Einwand ausgesetzt, daß der elektromagnetische Sechservektor in keinem organischen Zusammenhang mit dem Maßtensor steht.

Ich will aber den Versuch nicht unerwähnt bleiben lassen, den Reichenbächer[3]) im Jahre 1917 gemacht hat, den Elektromagnetismus durch Annahme einiger Drehungen des Raumzeitelementes zu erklären. Das Leitmotiv bei dieser Annahme scheint mir die Analogie mit den elastischen Drehungen gewesen zu sein. Nach ihm sind die von den Drehungen bewirkten Verzerrungen des Raumzeitelementes auf eine Funktion zurückzuführen, die den Krümmungsradius bedeutet. Auf diesem Wege gelingt es Reichenbächer das Coulombsche Gesetz zu gewinnen. Doch führt seine Theorie zu Abweichungen von der Einsteinschen Theorie der Gravitation, die nicht zu erklären sind.

Trotzdem scheint es mir, daß die wahre Lösung des Rätsels des Elektromagnetismus in den Drehungen des Raumzeitelementes enthalten ist. Nur muß das Problem in ganz anderer Weise angegriffen und die Theorie ganz anders gebaut werden, als es bei Reichenbächer geschehen ist. Im folgenden wird eine Theorie der Elektrizität vorgeschlagen, die sich auf der Annahme der Raumzeitdrehung gründet, sich aber von der Reichenbächerschen Theorie prinzipiell unterscheidet im besonderen dadurch, daß die Drehung des Raumzeitelementes wie eine Drehung des Geschwindigkeitsachsensystems aufgefaßt wird. Daraus hat sich eine ganz einfache Erklärung des Lorentzschen Kraftgesetzes ergeben. Übrigens läßt sich unsere Theorie in ganz natürlicher Weise im Gebäude der allgemeinen Relativitätstheorie einfügen. Der Bequemlichkeit halber scheint es mir zweckmäßig zu sein, die ganze Arbeit in zwei Teilen darzulegen, deren erster sich damit beschäftigen soll, die Theorie bei Abwesenheit der Gravitation zu entwickeln. Der zweite Teil wird dann zeigen, wie sich die Theorie mit der Einsteinschen Theorie der Gravitation verschmelzen läßt.

1) Proc. Roy. Soc. **99**, 104, 1921.
2) Berliner Berichte, S. 414 bis 419, 1925.
3) Ann. d. Phys. **52**, 134, 174, 1917.

Erster Teil.

§ 1. Bei der speziellen Relativitätstheorie gilt, wenn man sich auf einem rechtwinkligen kartesischen Achsensystem beschränken will, die Maßbestimmungsformel $ds^2 = \Sigma (dx^\mu)^2$. Es ist offensichtlich, daß man längs diesen Achsen die Komponenten der Geschwindigkeit $\frac{dx^\mu}{ds}$ mißt, die ja ein Vektor ist. Das gewöhnliche Verfahren bei der Aufstellung der mechanischen (bzw. Lorentzschen Kraft-) Gleichungen besteht darin, daß man $\sigma_0 \frac{d^2x^\mu}{ds^2} = P^\mu$ ansetzt, wo σ_0 die Massendichte und P^μ die äußere Kraftdichte bedeuten. Bei diesen Gleichungen ist offenbar die Annahme gemacht, daß die Achsen, längs denen die Geschwindigkeiten $\frac{dx^\mu}{ds}$ gemessen sind, ihre Richtungen beibehalten, wenn man von einem Raumzeitpunkte nach einem unendlich benachbarten übergeht. Das aber darf nicht im allgemeinen vorausgesetzt zu werden. Im Gegenteil hätte man so verfahren sollen, als ob das Geschwindigkeitsachsensystem in Rotation begriffen wäre. Die Annahme solcher Drehungen verletzt die Geometrie nicht, die sich in der Formel $ds^2 = \Sigma (dx^\mu)^2$ ausdrückt. Beim Vorhandensein der Achsendrehungen werden aber die Beschleunigungen nicht mehr durch $\frac{d^2x^\mu}{ds^2}$ ausgedrückt werden, sondern durch andere Ausdrücke, die jetzt den Gegenstand der nachfolgenden Paragraphen bilden werden. Es sei bemerkt, daß wir uns auf den Fall eines rechtwinkligen Achsensystems beschränken, da die Übertragung auf andere Systeme ganz leicht ist.

§ 2. Nehmen wir an, daß $\dot{X}^\mu$ ($\mu = 1, 2, 3, 4$) die auf ein nichtrotierendes Achsensystem bezogenen Geschwindigkeitskomponenten sind; dagegen bedeuten $\dot{x}^\mu$ die auf ein rotierendes

Achsensystem bezogenen Geschwindigkeitskomponenten. Also hat man die Gleichungen

$$1 = \Sigma (\dot{X}^\mu)^2 = \Sigma (\dot{x}^\mu)^2. \qquad (1)$$

Nun schreiben wir die vier Transformationsformeln

$$\dot{X}^\mu = l^\mu_\nu \dot{x}^\nu \quad (\mu = 1, 2, 3, 4)^1), \qquad (2)$$

wo l^μ_ν ($\mu = 1, 2, 3, 4$) die auf das nichtrotierende Achsensystem X^μ bezogenen Richtungskosinusse der ν-Achse bedeuten. Also hat man die 10 Bedingungen

$$l^\mu_\nu l^\mu_n = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \text{ bzw. } \begin{matrix} \nu = n \\ \nu \neq n \end{matrix}, \qquad (3)$$

denen die 16 l^μ_ν genügen müssen. Nach Differentiation von (2) erhält man

$$\left.\begin{aligned} \ddot{X}^\mu &= l^\mu_\nu \ddot{x}^\nu + \frac{dl^\mu_\nu}{ds} \dot{x}^\nu \\ &= l^\mu_\nu \left(\ddot{x}^\nu + \varkappa^{\nu s} \dot{x}^s \right), \end{aligned}\right| \qquad (4)$$

wobei wir 16 aus l^μ_ν und deren Ableitungen zu bestimmenden Größen $\varkappa^{\nu s}$ einführen derart, daß

$$\frac{dl^\mu_\nu}{ds} = l^\mu_s \varkappa^{s\nu} \begin{vmatrix} \mu = 1, 2, 3, 4 \\ \nu = 1, 2, 3, 4 \end{vmatrix} \qquad (5)$$

Nun weil die 16 l^μ_ν 10 Bedingungen befriedigen müssen, besitzen sie eine sechsfache Willkür. Dieselbe sechsfache Unbestimmtheit kommt auch den $\frac{dl^\mu_\nu}{ds}$ zu und entspricht den Rotationen der Achsen, weil die Bedingungen selber die Tatsache ausdrücken, daß das Achsensystem rechtwinklig bleibt. Nun, wenn man die 16 Größen $\varkappa^{s\nu}$ in zwei Sorten wie

$$\varkappa^{s\nu} = \underline{\Omega}^{s\nu} + \overline{\omega^{s\nu}} \qquad (6)$$

einteilt, wo $\underline{\Omega}^{s\nu}$ (symmetrisch in bezug auf s, ν) 10 Größen und $\overline{\omega^{s\nu}}$ (antisymmetrisch in bezug auf s, ν) 6 Größen darstellen, dann kann man mit Hilfe der Bedingungsgleichungen zeigen, daß $\underline{\Omega}^{s\nu} = 0$ wird, während man $\overline{\omega^{s\nu}}$ ganz willkürlich wählen könnte, ohne daß dadurch die Bedingungsgleichungen im geringsten beeinträchtigt werden.

Dies sieht man ein, wenn man die Bedingungsgleichungen differentiiert und dort $\frac{dl^\mu_\nu}{ds}$ durch $l^\mu_s (\underline{\Omega}^{s\nu} + \overline{\omega^{s\nu}})$ ersetzt. Nach Differentiation der Bedingungsgleichungen erhält man

$$l^\mu_\nu \frac{dl^\mu_n}{ds} + l^\mu_n \frac{dl^\mu_\nu}{ds} = 0. \qquad (7)$$

Also nach Einsetzen von $l^\mu_s (\underline{\Omega}^{s\nu} + \overline{\omega^{s\nu}})$ statt $\frac{dl^\mu_\nu}{ds}$ erhält man für den links stehenden Ausdruck

$$l^\mu_\nu l^\mu_s (\underline{\Omega}^{sn} + \overline{\omega^{sn}}) + l^\mu_n l^\mu_s (\underline{\Omega}^{s\nu} + \overline{\omega^{s\nu}}) =$$
$$= (\underline{\Omega}^{\nu n} + \overline{\omega^{\nu n}}) + (\underline{\Omega}^{n\nu} + \overline{\omega^{n\nu}}) = 2\,\underline{\Omega}^{\nu n}).$$

Folglich sind $\underline{\Omega}^{\nu n} = 0$, während $\overline{\omega^{n\nu}}$ beliebige Werte annehmen dürfen.

Es ergibt sich jetzt also aus Gl. (4), daß, wenn das Achsensystem $\dot{x}^\mu$ eine beliebige Rotation ausführt, die Beschleunigungen durch $\ddot{x}^\nu + \overline{\omega^{\nu s}} \dot{x}^s$ ausgedrückt werden müssen. Die in bezug auf ν, s antisymmetrischen Größen $\overline{\omega^{\nu s}}$, die die Rotation darstellen, nennen wir die sechs Komponenten eines antisymmetrischen Tensors[1]). Wenn wir aber $\overline{\omega^{\nu s}}$ physikalische Realität beimessen wollen, müssen wir die Tatsache dadurch zum Ausdruck bringen, daß wir $\overline{\omega^{\nu s}}$ als einen antisymmetrischen Tensor (also nicht Pseudotensor) betrachten.

§ 3. Nun was die elektromagnetischen Feldgleichungen bei der Abwesenheit der Gravitation anbelangt, so schreibt man diese folgendermaßen:

$$\frac{\partial \overline{F^{\mu\varkappa}}}{\partial x^\varkappa} = \varrho_0 \frac{dx^\mu}{ds}, \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \overline{F^{\mu\nu}}}{\partial x^l} + \frac{\partial \overline{F^{\nu l}}}{dx^\mu} + \frac{\partial \overline{F^{l\mu}}}{\partial x^\nu} = 0. \qquad (9)$$

wo $\overline{F^{\mu\varkappa}}$ das elektromagnetische Feld und ϱ_0 die elektrische Ladungsdichte bedeuten. Dazu muß man die Lorentzsche Kraftgleichung hinzufügen, die ja wie folgt lautet

$$\sigma_0 \frac{d^2 x^\mu}{ds^2} = -\varrho_0 \overline{F^{\mu\nu}} \frac{dx^\nu}{ds}, \qquad (10)$$

wo σ_0 die Dichte der Materie bedeutet. Bei dieser Schreibweise der Grundgleichungen der Elektrodynamik ist es ja offenbar, was sehr leicht durch Vergleich mit den Maxwell-Lorentzschen Gleichungen zu verifizieren ist, daß ϱ_0 die auf elektromagnetische Einheiten ausgedrückte Ladungsdichte ist.

Wir haben oben gefunden, daß, wenn die Achsen $\dot{x}^\mu$ rotieren, die Beschleunigungen durch die Formel

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \overline{\omega^{\mu\nu}} \frac{dx^\nu}{ds}$$

ausgedrückt werden müssen, wobei $\overline{\omega^{\mu\nu}}$ wie die

1) Hierbei ist durchaus der Einsteinschen Summationsvorschrift gefolgt worden.

1) Wir definieren einen Tensor derart, daß er seiner Definition nach entweder ein Tensor oder ein Pseudotensor wird.

Komponenten der Rotation anzusehen sind. Nun stellen wir die Theorie auf, daß die mechanische Kraft aus der Rotation der Achsen entsteht, während die tensorartige Rotation durch das elektromagnetische Feld gemäß der Gleichung

$$\sigma_0 \overline{\omega^{\mu\nu}} = \varrho_0 \overline{F^{\mu\nu}} \tag{11}$$

verursacht ist. Damit erhält man die Lorentzsche Kraftgleichung

$$\sigma_0 \frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \varrho_0 \overline{F^{\mu\nu}} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

aus

$$\sigma_0 \left\{ \frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \overline{\omega^{\mu\nu}} \frac{dx^\nu}{ds} \right\} = 0$$

oder

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \overline{\omega^{\mu\nu}} \frac{dx^\nu}{ds} = 0.$$

Also sagt die Lorentzsche Gleichung nur die Tatsache aus, daß der auf das momentan ruhende (nichtrotierende) Achsensystem bezogene Beschleunigungsvektor gleich Null ist. Damit ist die mechanische Kraft elektromagnetischen Ursprungs ganz auf das Verhalten des Bezugsystems zurückgeführt.

§ 4. Es scheint uns schon zu dieser Stufe unserer Theorie notwendig, den physikalischen Sinn der von dem Achsensystem ausgeführten Rotation festzusetzen. Nach uns ist die ganze elektromagnetische Theorie bei Abwesenheit der Gravitation in den Gleichungen enthalten:

$$\frac{\partial \overline{F^{\mu\varkappa}}}{\partial x^\varkappa} = \varrho_0 \frac{dx^\mu}{ds}, \tag{12}$$

$$\frac{\partial \overline{F^{\nu\tau}}}{\partial x^\tau} + \frac{\partial \overline{F^{\tau\mu}}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial \overline{F^{\mu\nu}}}{\partial x^\nu} = 0, \tag{13}$$

$$\sigma_0 \overline{\omega^{\mu\varkappa}} = \varrho_0 \overline{F^{\mu\varkappa}}. \tag{14}$$

Dazu muß man noch das Prinzip hinzufügen, daß die Bewegung eines geladenen materiellen Teilchens so geschieht, daß die in einem momentan ruhenden Bezugsystem gemessenen Beschleunigungen verschwinden, wobei $\overline{\omega^{\mu\varkappa}}$ als die Drehgeschwindigkeit des benutzten Bezugsystems zu verstehen ist. Es ist daher klar, daß wir der Ladung die Bedeutung eines Schraubungssinns zuschreiben müssen. Also ist die Ladung eine Eigenschaft der Materie und ist einer separaten Existenz nicht fähig. Dadurch erhellen die sämtlichen Gleichungen der Elektrodynamik. Zunächst entspricht die positive bzw. negative Ladung dem positiven bzw. negativen Schraubungssinn. Die Gleichung (12) findet ihre Erklärung darin, daß man das Feld $\overline{F^{\mu\varkappa}}$ wie eine Rotation in der Raumzeitmannigfaltigkeit auffassen kann, die von der Bewegung eines materiellen Teilchens wegen seiner Schraubung zustande gebracht wird. Dagegen kann man unsere Fundamentalgleichung $\sigma_0 \overline{\omega^{\mu\nu}} = \varrho_0 \overline{F^{\mu\nu}}$ dahin deuten, daß das materielle Teilchen von den vorhandenen Feldrotationen $\overline{F^{\mu\varkappa}}$ in einen Rotationszustand versetzt wird und zwar nur dann, wenn die Schraubung (d. h. die Ladung) des Teilchens es befähigt, die Feldrotationen gemäß der Fundamentalgleichung aufzunehmen.

Bei der Vorstellung, die wir hierbei von der elektrischen Ladung gemacht haben, scheint uns die Annahme der begrenzten Teilbarkeit der Materie sehr wahrscheinlich zu werden. Es ist ja selbstverständlich, daß man unmöglich von einem Schraubungssinn reden dürfte, wenn ein letzter Baustein der Materie nicht existierte, dem der Schraubungssinn zuzuschreiben wäre. Die Frage, was dieser letzte Baustein der Materie sein soll, muß man vorläufig dahingestellt sein lassen. Nur die Erfahrung kann uns darüber belehren, ob man an dem Elektron als dem letzten Baustein festhalten, oder ein noch kleineres Stück der Materie suchen muß.

Zweiter Teil.

§ 5. Beim Vorhandensein der Gravitation gilt nach Einstein die Formel $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ für das Quadrat der Entfernung zweier unendlich benachbarten Raumzeitpunkte, wobei $g_{\mu\nu}$ keine Konstanten mehr, sondern Funktionen von x^μ sind, die man durch keinerlei Transformation in Konstanten verwandeln kann. Dabei ist die Annahme gemacht, daß ds^2 eine Invariante ist, welche damit gleichbedeutend ist, daß $g_{\mu\nu}$ die Komponenten eines Tensors sind. Nun durch geeignete Wahl der Parameter x^μ, wobei vier willkürliche Funktionen zur Verfügung stehen, ist es möglich, die Formel $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ derart zu transformieren, daß vier aus den zehn Funktionen $g_{\mu\nu}$ vorgegebene Werte annehmen. Diese Werte sind freilich nur solche, die mit dem Positivsein von $g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ verträglich sind. Also kann man sich den Ausdruck $g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ immer so transformiert denken, daß dabei

$$g_{11} = g_{22} = g_{33} = g_{44} = 1 \text{ wird.}$$

Wir wollen diese Koordinaten kanonisch nennen. Sie haben den Vorteil, die minimale Anzahl der nur von der Massenverteilung abhängigen Funktionen $g_{\mu\nu}$ deutlich hervortreten zu lassen. In dieser Hinsicht wollen wir noch auf die Tatsache hinweisen, daß aus den 10 von Einstein gegebenen Gravitationsgleichungen

$$R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \varkappa T_{\mu\nu}$$

nur sechs unabhängig sind, wegen der vier Divergenzidentitäten. Dieser Umstand sagt aus, daß jene Gleichungen nur sechs aus den 10 Funktionen $g_{\mu\nu}$ bestimmen. Die vier übrigen müssen deshalb unbestimmt bleiben und zwar aus dem Grunde der freien Wählbarkeit der vier Parameter.

Wenn man den Ausdruck $g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ in kanonischen Koordinaten ausgedrückt hat, bleiben die sechs Größen $g_{\mu\nu}(\mu \neq \nu)$ im Falle der Gravitation noch Funktionen von x^σ. Nun nimmt die Formel $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ die Gestalt an

$$1 = (\dot{x}^1)^2 + (\dot{x}_2)^2 + \cdots 2(\dot{x}^1)(\dot{x}^2)\cos\Theta_{12} + \\ + 2(\dot{x}^2)(\dot{x}^3)\cos\Theta_{23} + \cdots \quad (15)$$

wobei $g_{\mu\nu} = \cos\Theta_{\mu\nu}(\mu \neq \nu)$ ist und $\dot{x}^1$, $\dot{x}^2$ usw. wie $\frac{d(x^1)}{ds}$, $\frac{d(x^2)}{ds}$ usw. zu verstehen sind. Also kann man jene Formel so auffassen, daß sie die resultierende Geschwindigkeit angibt, wenn die kontravarianten auf ein schiefwinkliges Geschwindigkeitsachsensystem bezogenen Geschwindigkeitskomponenten $\dot{x}^1$, $\dot{x}^2$ usw. gegeben sind. Da $\Theta_{\mu\nu}$ Funktionen von x^1, x^2 usw. sind, folgt, daß die Winkel, welche die Geschwindigkeitsachsen miteinander machen, sich verändern, wenn man von einem Raumzeitpunkte P_0 nach einem benachbarten P_0' übergeht. Es muß indessen betont werden, daß man längs jenen Achsen nur die Geschwindigkeitskomponenten mißt, nicht endliche Abstände. Es steht aber damit doch nicht fest, was für eine Lage das Achsensystem im Punkte P_0' in bezug auf das Achsensystem im Punkte P_0 hat. Aus den Veränderungen von $g_{\mu\nu}$ (also $\Theta_{\mu\nu}$) kann man nur die bei der Verschiebung des Achsensystems von P_0 nach P_0' eingetretenen Änderungen der Winkel entnehmen. Im allgemeinen muß man annehmen, daß die Achsen Drehungen erfahren haben derart, daß die veränderte Lage des Achsensystems aus zweierlei Ursachen entsteht, erstens den Winkeländerungen, zweitens den Drehungen. Die Winkeländerungen hängen offenbar von den Veränderungen von $g_{\mu\nu}$ ab, nicht aber die Drehungen. Wenn man also nun die Ausdrücke für die auf das im Punkte P_0 gelegene Achsensystem bezogenen Beschleunigungen bilden will, so muß man nicht nur die Veränderungen der Winkel, wohl aber dazu noch die Achsendrehungen in Betracht ziehen.

Es leuchtet jetzt ohnehin ein, daß man die obigen Betrachtungen auf die Formel $1 = g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu$ auch dann anwenden kann, wenn sie nicht in kanonischen Koordinaten, sondern in beliebigen Parametern ausgedrückt ist. Immer kann man also jene Formel so auffassen, daß sie die resultierende Geschwindigkeit angibt, wenn deren kontravariante auf ein bestimmtes im Punkte P_0 gelegenes Geschwindigkeitsachsensystem bezogene Komponenten gegeben sind. Wenn man also die Ausdrücke für die auf dem im Punkte P_0 gelegenen Achsensystem gemessenen Beschleunigungen bilden will, so muß man die veränderte Lage des Achsensystems im Punkte P_0' festsetzen. Diese Festsetzung ist offenbar nur dann möglich, wenn man nicht nur die inneren, von $g_{\mu\nu}$ abhängigen Veränderungen des Geschwindigkeitsachsensystems, sondern auch die äußeren Rotationen kennt. Die letzteren kann man nie im allgemeinen aus den Änderungen von $g_{\mu\nu}$ entnehmen.

§ 6. Wir gehen nun zur Bestimmung der Beschleunigungen über und schlagen zu diesem Zweck denselben im ersten Teil unserer Arbeit angedeuteten Weg ein. Wir stellen die Transformationsformeln

$$\dot{X}^\mu = l^\mu_\nu \dot{x}^\nu \quad (\mu = 1, 2, 3, 4) \quad (16)$$

auf derart, daß

$$1 = \Sigma(\dot{X}^\mu)^2 = l^\mu_\nu l^\mu_\tau \dot{x}^\nu \dot{x}^\tau. \quad (17)$$

Dabei ist $g_{\nu\tau} = l^\mu_\nu l^\mu_\tau$. Es ist leicht einzusehen, daß man sechs dieser 16 Funktionen l^μ_ν ganz willkürlich wählen und die übrigen 10 Funktionen mit Hilfe der Gleichungen $g_{\nu\tau} = l^\mu_\nu l^\mu_\tau$ bestimmen kann. Dabei fassen wir $\dot{X}^\mu$ wie Geschwindigkeitskomponenten auf, die auf ein rechtwinkliges Geschwindigkeitsachsensystem bezogen sind. Die Funktionen l^μ_ν sind wie eine Art Richtungskosinusse der benutzten Geschwindigkeitsachsen $\dot{x}^\mu$ in bezug auf das System $\dot{X}^\mu$ anzusehen. Das Achsensystem $\dot{X}^\mu$ nennen wir das Vergleichsachsensystem. Hierauf wird später noch eingegangen werden.

Wenn man nun die Transformationsgleichungen nach ds differentiiert, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} \ddot{X}^\mu &= l^\mu_\nu \ddot{x}^\nu + \frac{dl^\mu_\nu}{ds}\dot{x}^\nu \\ &= l^\mu_\nu\{\ddot{x}^\nu + (\Omega^{\nu s} + \omega^{\overline{\nu s}})\dot{x}_s\}, \end{aligned}\right| \quad (18)$$

wo

$$\frac{dl^\mu_\nu}{ds} = l^\mu_u(\Omega^{us} + \omega^{\overline{us}})\, g_{s\nu} \quad (19)$$

ist. Hierbei ist Ω^{us} ein symmetrischer und $\omega^{\overline{us}}$ ein antisymmetrischer Tensor. Also bedeuten Ω^{us} und $\omega^{\overline{us}}$ zusammen 16 Größen, die mit den 16 Größen l^μ_ν und deren Ableitungen durch die Gl. (19) verknüpft sind. Aus den Gl. (18) ist zu ersehen, daß die auf dem Achsensystem im Punkte P_0 gemessenen Beschleunigungs-

komponenten wie $\ddot{x}^\nu + (\Omega^{\nu s} + \omega^{\overline{\nu s}})\dot{x}_s$ lauten. Nun kann man die 10 Größen $\Omega^{\nu s}$ aus den gleichzahligen Bedingungsgleichungen $g_{\nu T} = l^\mu_\nu l^\mu_T$ vollständig bestimmen. Nach Differentiation dieser Gleichungen hat man

$$\frac{dg_{\nu T}}{ds} = l^\mu_\nu \frac{dl^\mu_T}{ds} + l^\mu_T \frac{dl^\mu_\nu}{ds}. \qquad (20)$$

Wenn man jetzt auf die Gl. (19) Rücksicht nimmt, wird der rechts stehende Ausdruck

$$\begin{aligned} &= l^\mu_\nu l^\kappa_\mu (\Omega^{\kappa s} + \omega^{\overline{\kappa s}})\, g_{sT} + l^\kappa_T l^\mu_\kappa (\Omega^{\kappa s} + \omega^{\overline{\kappa s}})\, g_{s\nu}, \\ &= g_{\nu\kappa}(\Omega^{\kappa s} + \omega^{\overline{\kappa s}})\, g_{sT} + g_{T\kappa}(\Omega^{\kappa s} + \omega^{\overline{\kappa s}})\, g_{s\nu}, \\ &= g_{\nu\kappa}(\Omega^{\kappa s} + \omega^{\overline{\kappa s}})\, g_{sT} + g_{T\kappa}(\Omega^{\kappa s} + \omega^{\overline{\kappa s}})\, g_{s\nu}, \\ &= 2\, g_{\nu\kappa} g_{sT}\, \Omega^{\kappa s} = 2\,\Omega_{\nu T}. \end{aligned}$$

Also ist $\Omega_{\nu T} = \frac{1}{2}\frac{dg_{\nu T}}{ds}$.

Was nun die 6 Größen $\omega^{\overline{\nu s}}$ anbetrifft, so ist aus dem Obigen klar, daß man sie aus den Bedingungsgleichungen $g_{\nu\tau} = l^\mu_\nu l^\mu_\tau$ nicht bestimmen kann. Man kann zwar jenen sechs Größen beliebige Werte erteilen, ohne daß dadurch an den Größen $g_{\mu\nu}$ etwas geändert wird. Das gilt schon als Beweis dafür, daß sie die Rotationen der Achsen bedeuten. Jedoch kann man sich durch folgendes Verfahren davon überzeugen.

Aus der Gl. (19) erhält man

$$\left.\begin{aligned} l^\mu_T \frac{dl^\mu_\nu}{ds} &= l^\mu_\tau l^\kappa_\mu (\Omega^{\kappa s} + \omega^{\overline{\kappa s}})\, g_{s\nu} \\ &= g_{T\kappa}(\Omega^{\kappa s} + \omega^{\overline{\kappa s}})\, g_{s\nu} \\ &= \Omega_{T\nu} + \omega_{\overline{T\nu}}. \end{aligned}\right| \qquad (21)$$

Durch Umtauschung von T und ν erhält man

$$l^\mu_\nu \frac{dl^\mu_T}{ds} = \Omega_{\nu T} + \omega_{\overline{\nu T}}. \qquad (22)$$

Also durch Subtraktion von (22) aus (21) folgt, daß

$$l^\mu_T \frac{dl^\mu_\nu}{ds} - l^\mu_\nu \frac{dl^\mu_T}{ds} = 2\,\omega_{\overline{T\nu}}$$

oder

$$l^\mu_T (l^\mu_\nu + dl^\mu_\nu) - l^\mu_\nu (l^\mu_T + dl^\mu_T) = 2\,\omega_{\overline{T\nu}}\, ds \qquad (23)$$

ist. Wenn man nun l^μ_T ($\mu = 1, 2, 3, 4$) wie die Richtungskosinusse der T-Achse betrachtet, so ist ganz klar, daß die obige Gleichung behauptet, daß

$$\cos\Theta_{T,\nu+d\nu} - \cos\Theta_{\nu,T+dT} = 2\,\omega_{\overline{T\nu}}\, ds \qquad (24)$$

ist. Dabei ist $\Theta_{T,\nu+d\nu}$ der zwischen der ursprünglichen Lage der T-Achse und der veränderten Lage der ν-Achse bestehende Winkel. Damit ist der Nachweis erbracht, daß $\omega_{\overline{T\nu}}$ die bei der Verschiebung des Achsensystems vom Raumzeitpunkte P_0 nach P'_0 eingetretene Rotation darstellt. Nun können wir zusammenfassend sagen, daß, wenn die resultierende Geschwindigkeit 1 gemäß der Formel

$$1 = g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu$$

gebildet werden soll, die Beschleunigungen allgemeinster Art, d. h. bei beliebiger Bewegung des Achsensystems wie

$$\ddot{x}^\nu + (\Omega^{\nu s} + \omega^{\overline{\nu s}})\dot{x}_s \qquad (25)$$

lauten müssen, wobei $\Omega_{\nu s} = \frac{1}{2}\frac{dg_{\nu s}}{ds}$ ist und $\omega^{\overline{\nu s}}$ sechs beliebige der sechsfachen Willkür der Bewegung des Achsensystems entsprechende Größen darstellen.

§ 7. Nun wollen wir die Annahme machen, daß $\omega_{\overline{\nu s}}$, der im allgemeinen ein Tensor ist, aus zwei Teilen besteht derart, daß $\omega_{\overline{\nu s}} = d_{\overline{\nu s}} + D_{\overline{\nu s}}$ ist. Wir wollen noch annehmen, daß $D_{\overline{\nu s}}$ ein Tensor ist, dagegen $d_{\overline{\nu s}}$ ein Pseudotensor. Wir setzen noch

$$d_{\overline{\nu s}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial g_{l\nu}}{\partial x^s} - \frac{\partial g_{ls}}{\partial x^\nu}\right]\frac{dx^l}{ds} \qquad (26)$$

Die Bedeutung dieses Ansatzes wird sich erst später zeigen. Nun ist

$$\begin{aligned} &\ddot{x}^\nu + (\Omega^{\nu s} + \omega^{\overline{\nu s}})\dot{x}_s, \\ &= \ddot{x}^\nu + (\Omega^{\nu s} + d^{\overline{\nu s}})\dot{x}_s + D^{\overline{\nu s}}\dot{x}_s, \\ &= \ddot{x}^\nu + g^{\nu\kappa}(\Omega_{\kappa s} + d_{\overline{\kappa s}})\dot{x}^s + D^{\overline{\nu s}}\dot{x}_s, \\ &= \ddot{x}^\nu + \frac{1}{2}g^{\nu\kappa}\left[\frac{\partial g_{\kappa s}}{dx^l} + \frac{\partial g_{l\kappa}}{\partial x^s} - \frac{\partial g_{ls}}{dx^\kappa}\right]\dot{x}^l\dot{x}^s + D^{\overline{\nu s}}\cdot\dot{x}_s. \end{aligned}$$

Unter den oben von uns gemachten Voraussetzungen nimmt also die Beschleunigung die Form

$$\ddot{x}^\nu + \Gamma^\nu_{ls}\dot{x}^l\dot{x}^s + D^{\overline{\nu s}}\dot{x}_s \qquad (27)$$

an, wo Γ^ν_{ls} das wohlbekannte Christoffelsche Symbol ist. Jetzt erst erkennt man, warum man den Pseudotensor $d_{\overline{\nu s}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial g_{l\nu}}{dx^s} - \frac{\partial g_{ls}}{dx^\nu}\right]\frac{dx^l}{ds}$

heranziehen soll. Es ist nämlich deswegen nötig, weil er eine mit der Einsteinschen geodätischen Bewegung verbundene Rotation bedeutet. Wenn man an der Annahme festhalten soll, — und sie ist wohl durch die Erfahrung bestätigt — daß die Punktbewegung bei Abwesenheit der fremden tensorartigen, vom elektromagnetischen Felde herrührenden Rotation $D^{\overline{\nu s}}$ längs der geodätischen Linie verlaufen muß, kann man des Pseudotensors $d_{\overline{\nu s}}$ nicht entbehren.

§ 8. Nun nach unserem vorhin gegebenen Prinzip, daß die Bewegung eines materiellen Teilchens so geschieht, daß dabei die Beschleunigungen verschwinden, müssen die Bewegungsgleichungen, wie folgt, lauten

$$\sigma_0 \left\{ \ddot{x}^\nu + \Gamma^\nu_{ls} \dot{x}^l \dot{x}^s \right\} + \sigma_0 D^{\overline{\nu s}} \dot{x}_s = 0, \quad (28)$$

wo σ_0 die Dichte der Materie bedeutet. Betreffs der der Maßbestimmungsformel fremden, also nicht aus $g^{\mu\nu}$ zu entnehmenden Rotation des Achsensystems $D^{\overline{\nu s}}$, stellen wir ganz wie bei der speziellen Theorie die Fundamentalgleichung

$$\sigma_0 D^{\overline{\nu s}} = \varrho_0 F^{\overline{\nu s}} \quad (29)$$

auf, wo $F^{\overline{\nu s}}$ das elektromagnetische Feld und ϱ_0 die Ladungsdichte bedeuten. Also erhält man aus (28) die Gleichung

$$\sigma_0 \left\{ \ddot{x}^\nu + \Gamma^\nu_{ls} \dot{x}^l \dot{x}^s \right\} + \varrho_0 F^{\overline{\nu s}} \dot{x}_s = 0. \quad (30)$$

Das ist die zu erklärende verallgemeinerte Form des Lorentzschen Kraftgesetzes im Falle, wo das materielle Teilchen dem Gravitationsfelde sowie dem elektromagnetischen Felde unterworfen ist. Wenn die Ladung ϱ_0 oder das äußere Feld $F^{\overline{\nu s}}$ nicht existiert, dann verschwindet nach der Fundamentalgleichung auch $D^{\overline{\nu s}}$. Also reduziert sich dann die Bewegungsgleichung zur Einsteinschen Form

$$\ddot{x}^\nu + \Gamma^\nu_{ls} \dot{x}^l \dot{x}^s = 0. \quad (31)$$

§ 9. Um nun die Feldgleichungen der Elektrodynamik sowie die der Gravitation zu gewinnen, müssen wir zunächst die tensoriellen Ableitungen eines beliebigen Vektors bilden.

Sei A_ν ein beliebiger kovarianter Vektor, dann ist $A_\nu \frac{dx^\nu}{ds}$ eine Invariante. Wenn man sie nach ds differentiiert, erhält man

$$\frac{dA_\nu}{ds} \cdot \frac{dx^\nu}{ds} + A_\nu \cdot \frac{d^2 x^\nu}{ds^2} \text{ (eine Invariante).}$$

Da nach uns das Achsensystem sich so bewegt, daß

$$\frac{d^2 x^\nu}{ds^2} + \Gamma^\nu_{ls} \dot{x}^l \dot{x}^s + D^{\overline{\nu s}} \dot{x}_s = 0$$

ist, folgt durch Einsetzen des Wertes von $\frac{dx^{2\nu}}{ds^2}$, daß

$$\frac{dx^\nu}{ds} \left[\frac{dA_\nu}{ds} - \Gamma^\nu_{l\nu} \dot{x}^l A_s \right] - A_\nu D^{\overline{\nu s}} \dot{x}_s$$

eine Invariante ist. Weil $A_\nu D^{\overline{\nu s}} \dot{x}_s$ in Anbetracht des Tensorcharakters von $D^{\overline{\nu s}}$ auch eine Invariante ist, schließt man ohne weiteres auf den Vektorcharakter von $\frac{dA_\nu}{ds} - \Gamma^\nu_{l\nu} \dot{x}^l A_s$. Folgt also der Tensorcharakter von $\frac{\partial A_\nu}{\partial x^l} - \Gamma^\nu_{l\nu} A_s$. Daraus kann man in üblicher Weise nach Differentiation von $A^\nu A_\nu$ auch den Tensorcharakter von $\frac{\partial A^\nu}{\partial x^l} + \Gamma^\nu_{ls} A_s$ herleiten. Dabei kann man auch in der folgenden sehr einleuchtenden Weise verfahren.

Sei A^μ ein beliebiger kontravarianter Vektor. Bezogen auf unser Vergleichsachsensystem drücken sich die Komponenten $(A_\nu)^\mu (\mu = 1, 2, 3, 4)$ dieses Vektors durch die folgenden Gleichungen aus

$$(A_\nu)^\mu = l^\mu_\nu A^\nu. \quad (32)$$

Wenn man diese Gleichung nach ds differentiiert, erhält man

$$\frac{d(A_\nu)^\mu}{ds} = l^\mu_\nu \frac{dA^\nu}{ds} + A^\nu \frac{dl^\mu_\nu}{ds}. \quad (33)$$

Da sich das benutzte Achsensystem so bewegt, daß

$$\frac{dl^\mu_\nu}{ds} = l^\mu_\pi (\Omega^{\pi s} + \omega^{\overline{\pi s}}) g_{s\nu}$$

ist, folgt, daß

$$\frac{d(A_\nu)^\mu}{ds} = l^\mu_\nu \left\{ \frac{dA^\nu}{ds} + (\Omega^{\nu s} + \omega^{\overline{\nu s}}) A_s \right\} \quad (34)$$

ist. Daraus folgt, daß $\frac{dA^\nu}{ds} + (\Omega^{\nu s} + \omega^{\overline{\nu s}}) A_s$ ein Vektor ist. Wie schon bewiesen ist, ist $\Omega_{\nu s} = \frac{1}{2} \frac{dg_{\nu s}}{ds}$; und wenn man auf die in § 7 gemachten Voraussetzungen achtnimmt, ist

$$\omega_{\overline{\nu s}} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial g_{l\nu}}{\partial x^s} - \frac{\partial g_{ls}}{\partial x^\nu} \right] \frac{dx^l}{ds} + D_{\overline{\nu s}}.$$

Es folgt also ohne weiteres, daß

$$\frac{dA^\nu}{ds} + \Gamma^\nu_{ls} \dot{x}^l \dot{x}^s + D^{\overline{\nu s}} A_s$$

ein Vektor ist. Weil nun $D^{\overline{\nu s}}$ ein Tensor ist,

erschließt man daraus den Vektorcharakter von $\frac{dA^\nu}{ds} + \Gamma^\nu_{ls} \dot{x}^l A^s$ und mithin den Tensorcharakter von $\frac{\partial A^\nu}{\partial x^l} + \Gamma^\nu_{ls} A^s$.

Was nun das Weitere betreffs der Divergenzbildungen und der Bildung des Riemann-Christoffelschen Tensors anbelangt, so kann man sie jetzt leicht auf dem von Einstein befahrenen Wege gewinnen. Die verallgemeinerten Feldgleichungen der Elektrodynamik werden also ganz in der bekannten Form geschrieben, nämlich

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^T} + \frac{\partial F_{\nu T}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial F_{T\mu}}{\partial x^\nu} = 0, \qquad (35)$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial (\sqrt{-g}\, F^{\mu\nu})}{\partial x^\nu} = \varrho_0 \frac{dx^\mu}{ds}. \qquad (36)$$

Dabei ist $F_{\mu\nu}$ der schon vielfach erwähnte elektromagnetische Rotationstensor des Feldes.

Die Gravitationsgleichungen nehmen auch dieselbe Gestalt bei uns wie bei Einstein an, nämlich

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \sigma_0 \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds}, \qquad (37)$$

wobei $R_{\mu\nu}$ und R die üblichen Bedeutungen haben und σ_0 wie zuvor die Dichte der Materie bedeutet. Nur auf der rechten Seite wollen wir nicht wie üblich den sogenannten elektromagnetischen Energietensor hinzufügen und zwar aus dem Grunde, daß uns eine Schwerewirkung der Ladung nicht an Hand der Erfahrung nachgewiesen gewesen zu sein scheint. Außerdem kann man aus der Nordström-Jefferyschen[1] Lösung für das Schwerefeld eines Elektrons einsehen, daß eine solche Wirkung, wenn sie vorhanden wäre, eine abstoßende Kraft erzeugen würde, die sich mit dem reziproken Kubus der Entfernung ändert. Das ist schon ein erfahrungswidriges Resultat, dem man dadurch zu entrinnen versucht hat, daß die Schwerewirkung der Ladung sehr klein ist. Damit scheint mir das Weglassen des elektromagnetischen Energietensors berechtigt zu werden. Es läuft auf die Behauptung hinaus, daß das Schwerefeld und das elektromagnetische Feld verschiedener Natur sind, was auch mit unseren Überlegungen über das bewegte Achsensystem übereinstimmend ist.

Wenn man sich nun an der späteren Auffassung Einsteins von einer konstant gekrümmten Welt anschließen will, so kann man die Gravitationsgleichung in der Form

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{3} g_{\mu\nu} (R + \lambda) = \sigma_0 \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds} \qquad (38)$$

schreiben.

Damit glauben wir die Elektrodynamik in organischer Verbindung mit der Gravitationstheorie Einsteins gesetzt zu haben.

§ 10. Zum Schluß möchte ich noch einige Betrachtungen über die wesentlichen Punkte dieser Arbeit anführen. Zunächst das Vergleichsachsensystem, das ja in der ganzen Untersuchung eine fundamentale Rolle spielt. Unsere Transformationsformeln lauten

$$\dot{X}^\mu = l^\mu_\nu \dot{x}^\nu$$

oder

$$dX^\mu = l^\mu_\nu dx^\nu$$

derart, daß

$$ds^2 = \Sigma (dX^\mu)^2 = l^\mu_\nu l^\mu_T dx^\nu dx^T = g_{\nu T} dx^\nu dx^T$$

ist. Zunächst ist hieraus zu ersehen, daß das Vergleichsachsensystem $\dot{X}^\mu$ (oder dX^μ) über das ganze Raumzeitkontinuum gültig und infolgedessen für jeden Raumzeitpunkt verwendbar ist. Dabei ist es zu beachten, daß, obwohl wir das Achsensystem dX^μ wie das Vergleichsachsensystem und l^μ_ν wie eine Art verallgemeinerte Richtungskosinusse der benutzten Achsen dx^μ in bezug auf jenes betrachtet haben, in Wahrheit der Vergleich nur zwischen den Lagen des Achsensystems dx^μ an zwei unendlich benachbarten Raumzeitpunkten angestellt ist. Es ist noch zu bemerken, daß die 16 Größen l^μ_ν von uns als die Quelle aller Gravitationswirkungen sowie aller elektrodynamischen Wirkungen angesehen worden sind. Die Gravitationspotentiale $g_{\nu T}$ sind mit l^μ_ν durch die 10 Beziehungen $g_{\nu T} = l^\mu_\nu l^\mu_T$ verknüpft, während die elektrodynamischen Rotationen $D_{\nu T}$ mit l^μ_ν mittels der 6 Gleichungen

$$D_{\nu T} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial g_{T\nu}}{\partial x^T} - \frac{\partial g_{\nu T}}{\partial x^\nu} \right] \frac{dx^l}{ds} = l^\mu_\nu \frac{dl^\mu_T}{ds} - l^\mu_T \frac{dl^\mu_\nu}{ds}$$

verbunden sind. Erst hierdurch wird die Fähigkeit des Bezugsystems, welches wie ein Geschwindigkeitsachsensystem aufzufassen ist, vollständig erschöpft. Es sei bemerkt, daß die Einführung des Begriffs des Geschwindigkeitsachsensystems einen großen unverkennbaren Vorteil geboten hat. Mag die Geometrie sein, euklidisch oder Riemann, so kann man sich leicht die Geschwindigkeitsachsen euklidisch vorstellen. Da-

1) Proc. Roy. Soc. (London) **99**, 128, 1921.

durch ist für die Relativitätstheorie vieles an Vorstellbarkeit und Durchsichtigkeit gewonnen.

Wir wollen jetzt die Frage zu beantworten suchen: Was hindert uns daran, das Vergleichsachsensystem dX^μ, das ja ein rechtwinkliges ist, der Beschreibung aller Erscheinungen zugrunde zu legen. Erstens ist es leicht einzusehen, daß man die Gleichungen

$$dX^\mu = l^\mu_\nu dx^\nu,$$

wobei l^μ_ν als Funktionen von x^ν anzusehen sind, im allgemeinen nicht integrieren kann. Das aber hat zur Folge, daß man Größen, die man in bezug auf das System dx^μ definiert hat, auf das System dX^μ nicht übertragen kann. Zweitens wenn man, um jene Schwierigkeit zu vermeiden, vom Achsensystem dX^μ ausginge und sich alle Größen als Funktionen von X^μ dächte, dann wären uns nur 6 Rotationsgrößen zur Verfügung gestanden und der schöne Gedanke Einsteins hinfällig, alle Gravitationswirkungen auf die inneren, von den Veränderungen von $g_{\mu\nu}$ abhängigen Verhältnisse des Bezugssystems zurückzuführen. Man hätte dabei auch noch mit der Schwierigkeit zu kämpfen, daß beim Ansatz

$$ds^2 = \sum (dX^\mu)^2$$

die Lichtgeschwindigkeit überall konstant wird, was an der Erfahrung nicht zu bestätigen ist. Es ist indessen zu beachten, daß die Einsteinsche Theorie der Gravitation an der Beobachtung glänzend bestätigt worden ist. Dadurch scheint mir die Ansicht berechtigt zu werden, daß, obschon dX^μ angesichts unserer Transformationsformeln greifbare Größen darstellen, X^μ dagegen keine zur Messung zugängliche und zur Ausdrückung von Funktionen verwendbare Parameter sind.

Es fragt sich jetzt noch: Was ist die bei einem rotierenden Geschwindigkeitssystem geltende Geometrie im besonderen dann, wenn man sich auf den Fall der Abwesenheit der Gravitation beschränkt. In diesem Falle ist ja die Geometrie durch die Formel $ds^2 = \sum (dx^\mu)^2$ definiert. Doch wäre es nicht statthaft, auf Grund dieser Formel zu behaupten, daß die Geometrie euklidisch ist. Wenn man auf die Tatsache Rücksicht nimmt, daß das Achsensystem in Rotation begriffen sein darf, muß man daran gehen, die Behauptung durch besondere Beweisführung zu stützen. Diesen Beweis kann man leicht folgendermaßen erbringen.

Nach dem ersten Teil unserer Arbeit hat

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} + \omega^{\mu s}\frac{dx^s}{ds}$$

den Vektorcharakter. Hieraus ergibt sich mit Rücksicht auf unsere Annahme, daß $\omega^{\mu s}$ den Tensorcharakter hat, daß $\frac{d^2x^\mu}{ds^2}$ selbst ein Vektor ist. Daraus kann man ganz leicht auch den Vektorcharakter von $\frac{d^3x_\mu}{ds^3}$ usw. deduzieren.

Wenn man nun x^μ, wie folgt, nach dem Taylorschen Satz entwickelt

$$x^\mu = x^\mu_0 + s\left(\frac{dx^\mu}{ds}\right)_0 + \frac{1}{2}s^2\left(\frac{d^2x^\mu}{ds^2}\right)_0 + \text{usw.},$$

sieht man ein, daß $x^\mu - x^\mu_0$ auch den Vektorcharakter hat, weil $\frac{dx^\mu}{ds}$, $\frac{d^2x^\mu}{ds^2}$, usw. diesen Charakter haben und s eine Invariante ist. Damit ist die von uns aufgeworfene Frage in befriedigender Weise beantwortet und zwar dahin, daß der rotierende Raum euklidisch ist im Sinne, daß $\sum (x^\mu - x^\mu_0)^2$ eine Invariante ist.

Zuletzt sei noch darauf aufmerksam gemacht, daß es bei uns, wie besonders in § 4 erörtert wird, eine Grundhypothese gewesen ist, daß das geladene materielle Teilchen (also das Elektron) unter dem Einfluß des elektromagnetischen Feldes gemäß unserer Fundamentalgleichung rotiert. So befremdend diese Hypothese erscheinen mag, so haben in letzter Zeit die Herren Uhlenbeck und Goudsmit[1]) auf die Nützlichkeit einer ähnlichen Annahme betreffs der im Innern des Atoms befindlichen Elektronen hingewiesen und in einigen weiteren, kürzlich erschienenen Arbeiten über Einzelfragen der Atomstruktur jene Annahme mit Erfolg verwendet.

1) Nature 75, 117, 1925.

Kalkutta, University College of Science.

(Eingegangen 14. März 1927.)

Wärmeübergang und Turbulenz.

Von H. Lorenz.

(Nachtrag.)

Herr Prof. F. K. Th. van Iterson in Heerlen (Holland) übersandte mir einen Sonderabzug seiner Arbeit „De warmte-overgang van vaste lichamen op turbulent stroomende vloeistoffen“ aus der holländischen Zeitschrift „De Ingenieur“ 1926, Heft 17, welcher mir und wohl auch anderen deutschen Forschern auf diesem Gebiete entgangen ist. In dieser wichtigen Abhandlung findet sich schon eine, wenn auch etwas abweichende Herleitung des von mir (Physik. Zeitschr. 28, 446, 1927) aufgestellten Zusammenhanges zwischen der Wärmeübergangsziffer α und dem Widerstandsbeiwerte λ mit einer Prüfung an zahlreichen verschiedenartigen Versuchsergebnissen, allerdings unter Beschränkung auf das turbulente Gebiet.

BESPRECHUNGEN.

R. Seeliger, Einführung in die Physik der Gasentladungen. Gr. 8°. VI u. 423 S. Mit 184 Figuren u. 5 Tafeln. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1927. Geh. M. 22.—, geb. M. 24.—.

Es gibt kaum ein Gebiet der Physik, bei dem ein solcher Mangel an einer zeitgemäßen zusammenfassenden Darstellung besteht, wie bei den Gasentladungen. Denn die beiden grundlegenden Werke von Stark und von Thomson sind heute doch in mannigfacher Richtung überholt und die betreffenden Abschnitte der verschiedenen Handbücher können bei der Fülle des vorliegenden, zum Teil sich widersprechenden Materials nicht als Einführung für einen mit diesen Dingen weniger vertrauten Physiker dienen. Das vorliegende Werk gibt nun nicht nur eine klare Übersicht über die makroskopisch zu beobachtenden elektrischen und optischen Erscheinungen, sondern der Verf. ist überall bemüht, den atomphysikalischen Mechanismus, welcher der betreffenden Erscheinung zugrunde liegt, klarzustellen. Die Grundlage bildet die nach zwei einleitenden Kapiteln im 3. Abschnitt ausführlich behandelte Kinetik der Ladungsträger, wie sie durch die Versuche von Franck und Hertz und die theoretischen Überlegungen von Hertz klargestellt wurde. Im nächsten Kapitel sind allgemeine Eigenschaften der Entladungen, wie Zünd-spannung, Stabilität usw. behandelt. Besonders instruktiv ist hier eine vom Verf. nach ihrem Erfinder „Valle-Diagramm" genannte Figur, in welcher die Gesamtheit aller Entladungsformen von der „stillen Entladung" bis zum stationären Lichtbogen in Form von Strom-Spannungs-Charakteristiken eingetragen sind. Die nächsten beiden Kapitel sind der diskontinuierlichen (Townsend-)Entladung gewidmet. Es wird im wesentlichen der Townsend-Schumannsche Standpunkt bei der Erklärung der Erscheinungen eingenommen ohne die Schwierigkeiten zu verschweigen, welcher dieser Theorie entgegenstehen. Das 7., sehr umfangreiche Kapitel gilt der Glimmentladung mit ihren mannigfachen Teil- und Begleiterscheinungen (Kathodenfall, Glimmlicht, geschichtete Säule, Kathodenzerstäubung, Druckänderungen u. v. a.), wobei zunächst nur die experimentellen Ergebnisse dargelegt werden. Dasselbe gilt von der im nächsten Abschnitt behandelten Bogenentladung, bei der im Hinblick auf die praktische Bedeutung die elektrischen und optischen Eigenschaften besonders eingehend besprochen werden. Im letzten Kapitel wird dann die Theorie der Glimm- und der Bogenentladung in leichtfaßlicher Weise dargestellt.

Diese Inhaltsübersicht zeigt, daß das Buch nicht nur dem Anfänger ein Führer ist, sondern daß auch der tiefer in die Materie eingedrungene Physiker daraus viel Belehrung schöpfen kann. Was das Buch besonders auszeichnet, ist das schöne Gleichgewicht zwischen Theorie, Experiment und praktischer Anwendung, das nur der finden kann, der, wie der Verf., durch eigene Forschung zu einem beherrschenden Standpunkt gelangt ist. Joos.

P. ten Bruggencate, Sternhaufen. Ihr Bau, ihre Stellung zum Sternsystem und ihre Bedeutung für die Kosmogonie. (Naturw. Monographien und Lehrbücher Bd. 7). Gr. 8°. 158 S. Mit 36 Abb. u. 4 Tafeln. Berlin, J. Springer. 1927. M. 15.—, geb. M. 16.50.

Das Buch bietet eine mit außerordentlicher Gründlichkeit durchgearbeitete Monographie über Sternhaufen, die vor allem auf die in Frage kommenden Methoden Rücksicht nimmt. Ein erster Teil beschäftigt sich mit der Entfernungsbestimmung, der Hauptteil mit dem Aufbau der Sternhaufen: Hierbei handelt es sich einmal um Versuche, von der scheinbaren Sternverteilung an der Sphäre zur räumlichen Verteilung zu gelangen, zum anderen um theoretische Untersuchungen über den Aufbau der Sternhaufen, die sich an die Arbeiten über Gaskugeln anschließen. Den letzten Teil des Buches bilden die wichtigen, zum größeren Teil eigenen Untersuchungen des Verf. über die Farbenhelligkeitsdiagramme bei Sternhaufen und deren Bedeutung für unsere Vorstellung von der Entwicklung der Sterne. Das Buch erhält noch durch zahlreiche Literaturangaben einen besonderen Wert. A. Kopff.

J. N. Dörr und A. Schlein, Hygrometertafeln. Tafeln zur Bestimmung des Wasserdampfgehalts der Luft (Dampfdruck, Sättigungsdefizit, Taupunkt usw.) mittelst eines Haarhygrometers und Thermometers. Mit einem Vorworte der Direktion der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik in Wien, gerechnet und erläutert von J. N. Dörr, und Anleitung zur Behandlung eines Haarhygrometers und zur Verwertung für die lokale Wettervorhersage von A. Schlein. 1. Aufl. Gr. 8°. 32 S. Wien, Selbstverlag von Dr. A. Schlein. 1925. M. 2.50.

Zunächst für den Gebrauch der österreichischen meteorologischen Stationen bestimmt, wird dieses praktische Büchlein auch dem Physiker, Techniker und dem meteorologisch interessierten Laien von Nutzen sein. Wigand.

Données Numériques de Radioactivité Atomistique, Électronique et Ionisation. Rédigées par M^lle I. Curie et J. Saphores. Extrait du Volume V Années 1917—1918—1919—1920—1921—1922. Gauthier-Villars et C^ie, Paris (VI^e) . . . 1926.

Die vorliegenden Tabellen stellen einen Auszug aus dem 5. Band der Tables Annuelles de Constantes et Données Numériques dar und enthalten in 3 Kapiteln, abgesehen von den allgemeinen Atomkonstanten, wie Avogadrosche Zahl, Plancksches Wirkungsquantum, Größe von e/m usw., das Zahlenmaterial über Ionenbeweglichkeiten, ferner über die durch Röntgenstrahlen ausgelösten Photoelektronen, über die Emissionslinien und Absorptionskanten der Röntgenspektren, sowie die Konstanten aus der Radioaktivität.

Im Kapitel über die Röntgenstrahlen sind zahlreiche Tabellen für die Absorptionskoeffizienten $\mu\varrho$ pro Masseneinheit für verschiedene Wellenlängen und verschiedene absorbierende Substanzen angeführt, die die in den Jahren 1917—1922 erschienenen Arbeiten umfassen, so daß sie zeitlich nicht viel weiter reichen als die in den „Konstanten der Atomphysik" von Roth und Scheel im Jahre 1923 herausgegebenen Zusammenstellungen.

Auch die radioaktiven Konstanten sind nach dem Stand bis 1922 angegeben, so daß unvermeidlicherweise manche Zahlen nicht ganz den derzeitig als richtig angesehenen Werten entsprechen.

Die Auswahl ist aber überall mit sorgfältigster Berücksichtigung und genauer Anführung der Literatur durchgeführt und die Tabellen sind sehr übersichtlich angeordnet, so daß sie im angegebenen zeitlichen Rahmen ein wertvolles und bequem benutzbares Material bieten. Meitner.

I. Koppel, Der Bau der Atome und das periodische System. VI und 174 S. Mit 47 Fig. Leipzig, Leopold Voß. 1927. Geh. M. 9.—, geb. M. 10.50.

Nach einer kurzen geschichtlichen Einleitung über die Entwicklung der Atomistik bespricht der Verfasser die Grundlagen der Radioaktivität, die Wirkungen der α-Teilchen auf die Materie und die Isotopie der nichtaktiven Elemente. Dann geht Koppel auf die Beziehungen der Röntgenstrahlenforschung zum Atombau und dem periodischen Gesetz über. Es folgt eine elementare Darstellung der optischen Spektren auf Grund der Bohrschen und Sommerfeldschen Theorie und zum Schluß ein Kapitel über den Bau der Elektronenhüllen.

Das Buch, das hauptsächlich für den Chemiker bestimmt ist, soll in elementarer Form die Grundlagen und augenblicklichen Anschauungen der Atomtheorie bringen. Eine solche Darstellung ist gerade auf diesem Gebiete sehr schwierig, wenn man einerseits nicht zu viel physikalische und mathematische Kenntnisse voraussetzen will, anderseits nicht zu populär und unwissenschaftlich werden will. Der goldene Mittelweg dürfte bei diesem Werk im großen und ganzen gefunden sein. Besonders die ersten Kapitel sind klar und verständlich geschrieben, während die Behandlung der optischen Spektren und die quantentheoretischen Erörterungen etwas zu kurz, und daher schwerer verständlich, ausgefallen sind.

Das Buch kann nicht nur dem Chemiker, sondern auch jedem, der die moderne Atomtheorie kennen lernen will, empfohlen werden. Wilhelm Jander.

Tagesereignisse.

Ein Haus der Technik in Essen. Das schon seit anderthalb Jahrzehnten in Essen mit großer Gründlichkeit und zuerst behandelte Problem der wissenschaftlichen Fortbildung der in der Praxis stehenden Techniker, hat vor kurzem zu dem praktischen Ergebnis geführt, daß die technisch-wissenschaftlichen Vereine und die Stadt Essen in allernächster Zeit ein großes Gebäude errichten werden, in dem durch fachwissenschaftliche Vorträge, Arbeitsgemeinschaften und andere Veranstaltungen der Zusammenhang mit der Wissenschaft aufrechterhalten wird. Es ist ein Abkommen mit den Technischen Hochschulen in Aachen und Hannover, mit der Universität in Münster sowie auch mit anderen Hochschulen getroffen worden, um diese Einrichtung, die sich auf das Gesamtgebiet der Technik und ihrer benachbarten Zweige der Naturwissenschaft, des Wirtschaftswesens und der höheren Gewerbekunde erstreckt, dauernd in lebendiger Verbindung mit den Hochschullehrern zu halten. Diese werden in Essen Vorträge und andere Veranstaltungen abhalten. Die Einrichtung will bewußt nur eine Fortbildungseinrichtung sein und keine neue Hochschule. Sie wird den fachwissenschaftlich geschulten Ingenieuren, Chemikern, Architekten und Industriewirtschaftlern, die schon in der Praxis stehen, als Fortbildungsstätte dienen, weil lediglich in einem solchen Institut wirkliche Vorteile für die Industrie und die technische Wirtschaft zu suchen sind. Die Baupläne sind bereits fertiggestellt und die Verhandlungen mit den Wissenschaftlern schon geführt. Die Hauptversammlung des großen Vereins deutscher Ingenieure 1928 soll, wenn möglich, die Einweihung des neuen Hauses der Technik zeitigen.

Es ist übrigens geplant, neben den engeren technischen Fachgebieten des Maschinenbaues, der Technologie, des Berg- und Hüttenwesens, der Gastechnik, der Elektrotechnik, des Verkehrs- und Bauwesens auch die verwandten mathematisch-physikalischen Disziplinen zu pflegen und auch diejenigen Gebiete der Naturwissenschaft, die als Grenzgebiete heute auch für wissenschaftliche Techniker wichtig geworden sind. Daraus ergibt sich von selbst auch ein starkes Interesse der Mathematiker, Physiker und Chemiker für diese Einrichtung. Weiterhin wird auch das Gebiet der Wirtschaft, soweit es sich um die wirtschaftliche Fortbildung des Technikers im weitesten Sinne des Wortes handelt, gepflegt werden, einschließlich der Auslandskunde und des gewerblichen Rechtsschutzes.

Gesuche.

Physiker, Dr. phil., Radiofachmann sucht
Stellung in der Industrie oder als Assistent an einem Institut. Angebote unter W. S. 183 an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig C 1, Königstraße 2, erbeten.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Frau Hilda Pollaczek-Geiringen für angewandte Mathematik, an der Universität Erlangen Dr. Rudolf Geiger für Meteorologie.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Marburg D. Karl Stuchtey zum a. o. Professor der Physik ebenda, der Präsident des Telegraphentechnischen Reichsamts Professor Dr. K. W. Wagner zum ord. Professor an der Technischen Hochschule Berlin.

Berufen: Der Direktor des Geophysikalischen Instituts der Universität Leipzig Professor Dr. Ludwig Weickmann in gleicher Eigenschaft an die Universität Hamburg zugleich als Leiter der Seewarte.

Gestorben: Der Leiter der Abteilung wissenschaftlicher Meßinstrumente bei der Firma Carl Zeiss in Jena Professor Dr. Karl Pulfrich.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.